

Geometria e Algebra 2 - Esercizi del 28/11/07

- (1) Trovare una base ortonormale, reale se possibile, che diagonalizzi ciascuna delle seguenti matrici, e le forme diagonali corrispondente:

$$\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 17 & -8i & -9+7i \\ -3+11i & 11+i & \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1+i & -5 \\ -1-i & 1 & -1-i \\ -5 & -1+i & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (2) Trovare le forme canoniche reali delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2/3} & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- (3) Stabilire se siano definite positive le matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1+i & i \\ 1-i & 3 & 2 \\ -i & 2 & 10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2-i & -1 \\ 2+i & 4 & 1-2i \\ -1 & 1+2i & 3 \end{pmatrix}$$

(4) Raggruppare tra loro le coordinate omogenee che rappresentano punti uguali di \mathbb{P}^2 :

$$\begin{array}{lll} [1; 0; -1] & [1; 0; 1] & [-7; 0; 7] \\ [1; -\sqrt{2}; -2] & [-1; \sqrt{2}; -2] & [\sqrt{2}; 2; 0] \\ [1; \sqrt{2}; 0] & [-\sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2}] & [\sqrt{2}; 1; 0] \end{array}$$

(5) Stabilire quali dei seguenti punti di \mathbb{P}^2 appartengono alla retta proiettiva passante per $[-1; 2; 4]$ e $[3; -1; 2]$:

$$\begin{array}{ll} [-2; 3; 5] & [-5; 5; 6] \\ [0; 5; 14] & [2; -3; 7] \end{array}$$

(6) Dire se sono degeneri e in caso contrario se siano ruote le coniche proiettive associate alle equazioni:

$$x^2 - 2y^2 + 3xy - x + 2y + 5 = 0$$

$$2x^2 + y^2 - xy + 5x - y + 3 = 0$$

$$-4x^2 - 3y^2 + 2xy - 3x + 4y - 7 = 0$$

$$-x^2 - 2y^2 + xy + 2x - 3y + 1 = 0$$

$$3x^2 + 2y^2 + 2xy - 6x + y - 5 = 0$$