



Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Se  $X = \{x \in \mathbb{R}^5 : x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 + x_5 = 0\}$  e  $\mathcal{S} = (e_1 + e_2 + e_3 + e_4 - e_5, 3e_1 + e_2 + e_3 + 5e_4 + 5e_5)$  è possibile completare  $\mathcal{S}$  a una base di  $X$ ? Spiegare.

2. Dato  $v_1 = e_1 + 2e_2$  trovare  $v_2 \in \mathbb{R}^2$  tale che se  $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$  allora  $[-e_1 + e_2]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

3. Calcolare  $\det \begin{pmatrix} t & 1 & 2 \\ 1-t & 3 & -1 \\ 1 & t & -4 \end{pmatrix}$ .

4. Se  $f : \mathbb{C}^9 \rightarrow \{z \in \mathbb{C}^3 : 3iz_1 + z_2 - (1-i)z_3 = 0\}$  è lineare e surgettiva e  $\mathbb{C}^9 = Z \oplus \text{Ker}(f)$ , che dimensione ha  $Z$ ?

5. Al variare di  $t \in \mathbb{R}$  stabilire quante sono le soluzioni di  $\begin{cases} (2t-3) \cdot x - (t+3) \cdot y = t+6 \\ (1-t) \cdot x + (3t-5) \cdot y = -2t. \end{cases}$

6. Calcolare  $10 \cdot \begin{pmatrix} 1-i & 3+i \\ 1+2i & 2-i \end{pmatrix}^{-1}$ .

7. Dati  $X, Y$  sottospazi di  $\mathbb{R}^4$  tali che  $\mathbb{R}^4 = X \oplus Y$ , e dette  $p$  e  $q$  le proiezioni associate a tale decomposizione, sapendo che  $p(2e_1 + 3e_4) = e_1 + e_2 - e_3 + 2e_4$  calcolare  $q(2e_1 + 3e_4)$ .

---

### Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

---

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ♦

---



1.

2.

---

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si può usare anche un foglio manoscritto contenente enunciati e formule. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

---



## Risposte

5. ♥

1. Sì:  $\mathcal{S}$  contiene due vettori linearmente indipendenti di  $X$
2.  $v_2 = 3e_1 + 5e_2$
3.  $-t^2 - 14t - 3$
4. 2
5. Infinite per  $t = 3$ , nessuna per  $t = \frac{6}{5}$ , una sola altrimenti
6.  $\begin{pmatrix} 1+2i & 1-3i \\ 2-i & 1+i \end{pmatrix}$
7.  $e_1 - e_2 + e_3 + e_4$

---

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇

---



## Soluzioni

1.

2.