



Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Se un polinomio $x^2 + bx + c$ con b razionale ha una radice razionale, si può concludere che è razionale anche l'altra radice? Spiegare.

2. Posto $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 7x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0\}$ e $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$, provare che $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \right)$ è base di X e che v appartiene a X , quindi calcolare $[v]_{\mathcal{B}}$.

3. Stabilire se esistano applicazioni lineari iniettive e/o surgettive

$f : \{p(w) \in \mathbb{C}_{\leq 6}[w] : p(1) = p'(-1) = 0\} \rightarrow \{z \in \mathbb{C}^7 : iz_1 + 5z_3 + z_6 = 0\}$. Spiegare.

4. Risolvere $\begin{cases} 3x + 7y - 4z = 3 \\ 10x + 29y - 21z = 12 \\ 2x - y + 5z = 0. \end{cases}$

5. Dati $v = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ lineare tale che $f\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $f\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$, provare che f è iniettiva e che $v \in \text{Im}(f)$ e calcolare $f^{-1}(v)$

6. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Posto $\mathcal{S}_3 = \{X \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : {}^tX = X\}$ e $\mathcal{A}_3 = \{X \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : {}^tX = -X\}$

calcolare la proiezione su \mathcal{A}_3 di $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & 7 \\ -1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ rispetto alla decomposizione $\mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_3 \oplus \mathcal{A}_3$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇



1.

- (A) (punti)
- (B) (punti)
- (C) (punti)
- (D) (punti)
- (E) (punti)

2.

- (A) (punti)
- (B) (punti)
- (C) (punti)
- (D) (punti)
- (E) (punti)

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si possono consultare i libri di testo del corso, esclusivamente in originale e senza annotazioni. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.



Risposte

5. ♥

1. Sì, le radici hanno somma $-b$
2. X ha dimensione 2 e \mathcal{B} consiste di due vettori linearmente indipendenti che gli appartengono; v soddisfa l'equazione di X ; $[v]_{\mathcal{B}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$
3. Il dominio ha dimensione 5 e il codominio ha dimensione 6: esistono f iniettive ma non surgettive
4. $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \text{Span} \begin{pmatrix} -31 \\ 23 \\ 17 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$
6. 8
7. $\begin{pmatrix} 0 & 3/2 & -1/2 \\ -3/2 & 0 & 2 \\ 1/2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

 1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇



Soluzioni

1.

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

2.

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)