

Esercizi di Matematica

Scienze Biologiche 15/16 – Corso A

(Carlo Petronio)

Foglio del 13/10/2015

I prossimi esercizi 1-7 sono tratti dal test di ammissione; qui riassumo brevemente i testi.

Esercizio 1 $(\sqrt{1000})^3 = \dots$

10^5 $100 \cdot \sqrt{10}$ $10 \cdot \sqrt{1000}$ $10^4 \cdot \sqrt{10}$ 10^4

Esercizio 2 $\log_8 4 = \dots$

$\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{2}$ $3/2$ $1/2$ $2/3$

Esercizio 3 $\frac{1}{0.2} = \dots$

$1/5$ $2 \cdot 10^{-1}$ 5 2 0.02

Esercizio 4 Per $x > 0$ si ha sempre ...

$x > \sqrt{x}$ $x^2 > x$ $\frac{1}{x} > \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\frac{1}{x} > \frac{1}{x^2}$ nessuna delle precedenti

Esercizio 5 Se il 30% di un lavoro richiede 1.5 ore, in quanti altri minuti lo si completa? 300 250 180 210 230

Esercizio 6 Una miscela di acqua e zucchero fornisce 50 kcal per 100 ml. Lo zucchero fornisce 400 kcal per 100 g. Quanti cucchiaini da 5 g sono contenuti in una lattina da 330 ml della miscela? più di 8 7 6.5 6 7.5

Esercizio 7 Se 20 oggetti pesano 24 g, quanti stanno in un pacco da 1 kg?

* * *

Esercizio 8 Se una quantità aumenta del 25 %, di che percentuale deve diminuire per tornare quella iniziale?

Esercizio 9 Se una quantità diminuisce del 35 % e poi aumenta del 35 %, di quanto è variata complessivamente?

Esercizio 10 La *concentrazione* di una soluzione acquosa salina è il rapporto percentuale tra la massa del sale disciolto e la massa della soluzione.

- Qual è la concentrazione di una soluzione in 25 g di sale in 100 ml d'acqua?
- Se aggiungendo 100 ml d'acqua a una soluzione concentrata al 10 % se ne ottiene una al 6 %, qual era la massa iniziale della soluzione?
- Se si mescolano 5 kg di una soluzione concentrata al 10 % con 10 kg di una soluzione concentrata al 20 %, qual è la concentrazione della soluzione che si ottiene?

Esercizio 11 Se si aumentano del 10 % l'altezza, la larghezza e la profondità di un contenitore a forma di parallelepipedo, come bisogna variare percentualmente il prezzo totale di un liquido in esso contenuto in modo che il prezzo per unità di volume diminuisca del 10 %?

Esercizio 12 Nel 2014 un campo di 20 ha è stato coltivato per il 30 % a carote, per il 45 % a zucchine e per il resto a pomodori. Un m² di terreno produce in un anno 3 kg di carote, 8 kg di zucchine e 7 kg di pomodori.

- Quanti kg di pomodori sono stati raccolti nel 2014?

Nel 2015 le percentuali di terreno coltivato a carote e a zucchine sono state ridotte al 25 % e al 40 %.

- Come sono variati percentualmente rispetto al 2014 i raccolti di ogni ortaggio e quello complessivo?

Per il 2016 è previsto l'acquisto di un campo vicino, in modo che l'area coltivabile aumenti del 30%.

- Lasciando invariate le coltivazioni sul vecchio campo, che percentuale del nuovo campo va dedicata ai pomodori in modo che il loro raccolto aumenti del 5%?

I prossimi esercizi 13-15 sono quelli proposti alla fine della lezione 3; qui riassumo brevemente i testi.

Esercizio 13 Se il valore stimato è $21.4 \mu\text{m}$ e l'errore assoluto è $0.3 \mu\text{m}$, possono essere stati osservati i valori $21.1 \mu\text{m}$ e $22.1 \mu\text{m}$?

Esercizio 14 Usando la calcolatrice trovare il valore approssimato alla quinta cifra decimale di $\sqrt{5}$.

Esercizio 15 Se $a = 188 \pm 18 \text{ mm}$ e $b = 176 \pm 16 \text{ mm}$ trovare il valore stimato, l'errore assoluto e l'errore relativo per a/b .

* * *

Esercizio 16 Sapendo che $5.3 \leq a \leq 7.2$ e $6.4 \leq b \leq 8.1$ stabilire in quali intervalli possono variare

$$a + b \quad a - b \quad a \cdot b \quad \frac{a}{b}.$$

Esercizio 17 Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo di una lunghezza che in 5 misurazioni è risultata come segue:

$$5.3 \text{ m} \quad 6.2 \text{ m} \quad 5.1 \text{ m} \quad 6.4 \text{ m} \quad 5.9 \text{ m}.$$

Esercizio 18 Un'auto percorre $170 \pm 5 \text{ km}$ in $50 \pm 5 \text{ min}$. Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo della sua velocità media.

* * *

I prossimi esercizi 19-22 sono quelli sul calcolo approssimato tratti da prove degli anni scorsi e proposti in rete; qui riassumo brevemente i testi.

Esercizio 19 Il volume di un cubo è stimato come $27 \pm 0.3 \text{ cm}^3$. Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo della lunghezza del lato del cubo.

Esercizio 20 Il diametro di una sfera è stimato come $2.3 \pm 0.2 \text{ mm}$. Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo del volume della sfera.

Esercizio 21 Si sciolgono $50 \pm 2 \text{ g}$ di sale in $150 \pm 2 \text{ ml}$ di acqua. Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo della concentrazione della soluzione.

Esercizio 22 Una soluzione di 30 g di sale in acqua ha una concentrazione del $25 \pm 5 \%$. Calcolare valore stimato, errore assoluto ed errore relativo della quantità d'acqua.

* * *

Per comodità elenco le formule di propagazione degli errori.

Definizioni:

- a — una quantità misurata in modo approssimato
- $\text{val}(a)$ — il valore stimato per a (lo supponiamo positivo)
- $\text{err}_{\text{ass}}(a)$ — l'errore assoluto nella stima di a
- $\text{err}_{\text{rel}}(a)$ — l'errore relativo nella stima di a

Poiché $\text{err}_{\text{rel}}(a) = \frac{\text{err}_{\text{ass}}(a)}{\text{val}(a)}$ e $\text{err}_{\text{ass}}(a) = \text{err}_{\text{rel}}(a) \cdot \text{val}(a)$, gli errori assoluto e relativo si calcolano l'uno dall'altro sapendo il valore stimato. Per questa ragione è sufficiente ricordare la formula di propagazione per uno solo dei due errori. Scrivo in grigio la formula meno significativa. Formule:

- $\text{val}(a + b) = \text{val}(a) + \text{val}(b)$

$$\text{err}_{\text{ass}}(a + b) = \text{err}_{\text{ass}}(a) + \text{err}_{\text{ass}}(b)$$

$$\text{err}_{\text{rel}}(a + b) = \frac{\text{err}_{\text{ass}}(a) + \text{err}_{\text{ass}}(b)}{\text{val}(a) + \text{val}(b)}$$

- $\text{val}(a - b) = \text{val}(a) - \text{val}(b)$

$$\text{err}_{\text{ass}}(a - b) = \text{err}_{\text{ass}}(a) + \text{err}_{\text{ass}}(b)$$

$$\text{err}_{\text{rel}}(a - b) = \frac{\text{err}_{\text{ass}}(a) + \text{err}_{\text{ass}}(b)}{\text{val}(a) - \text{val}(b)} \quad \text{se } \text{val}(a) > \text{val}(b)$$

- $\text{val}(a \cdot b) = \text{val}(a) \cdot \text{val}(b)$

$$\text{err}_{\text{ass}}(a \cdot b) = \text{err}_{\text{ass}}(a) \cdot \text{val}(b) + \text{err}_{\text{ass}}(b) \cdot \text{val}(a)$$

$$\text{err}_{\text{rel}}(a \cdot b) = \text{err}_{\text{rel}}(a) + \text{err}_{\text{rel}}(b)$$

- $\text{val}\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{\text{val}(a)}$

$$\text{err}_{\text{ass}}\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{\text{err}_{\text{ass}}(a)}{\text{val}(a)^2}$$

$$\text{err}_{\text{rel}}\left(\frac{1}{a}\right) = \text{err}_{\text{rel}}(a)$$

- $\text{val}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\text{val}(a)}{\text{val}(b)}$

$$\text{err}_{\text{ass}}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\text{val}(a)}{\text{val}(b)} \cdot (\text{err}_{\text{rel}}(a) + \text{err}_{\text{rel}}(b))$$

$$\text{err}_{\text{rel}}\left(\frac{a}{b}\right) = \text{err}_{\text{rel}}(a) + \text{err}_{\text{rel}}(b)$$