Ist Mat I - CIA

3/11/2022

Foglio 4

Es

b) $f(x) = 2x - 7 + \dfrac{4}{\sqrt{x+2}}$

$f : D \longrightarrow \mathbb{R}$, $D = \{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$

ASINTOTI VERTICALI

$\lim_{x \to -2^+} f(x) = -9 + \underbrace{\dfrac{4}{\sqrt{0^+}}}_{\to +\infty} = +\infty$ } $x = -2$ ASINTOTO VERTICALE

ASINTOTI ORIZZONTALI

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ } NON C'È ASINTOTO ORIZZONTALE

ASINTOTO OBLIQUO

$\boxed{y = mx + q}$ SE ESISTE CERCO m E q

$\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = m$ SE ESISTE FINITO!

$\lim_{x \to +\infty} 2 - \dfrac{7}{x} + \dfrac{4}{x\sqrt{x+2}} = 2 = m$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} f(x) - 2x = q$$ SE ESISTE FINITO!

$$\lim_{x\to\infty} -7 + \frac{4}{\sqrt{x+2}} = -7 = q$$

$\Rightarrow$ LA RETTA $y = 2x - 7$ È ASINTOTO OBLIQUO $x \to \infty$

---

c) $f(x) = 2x^2 \log(|x|)$

$f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ $\qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

ASINTOTI VERTICALI

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0^+ \cdot (-\infty)$$

$x \to 0^-$ $\qquad f(x) = 2x^2 \log(-x)$

$y = \frac{1}{x}$ $\qquad x \to 0^- \qquad y \to -\infty \leftarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

$x = \frac{1}{y}$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{y\to -\infty} 2\frac{1}{y^2} \log\left(-\frac{1}{y}\right) = \lim_{y\to-\infty} 2\, \frac{\log((-y)^{-1})}{y^2}$$

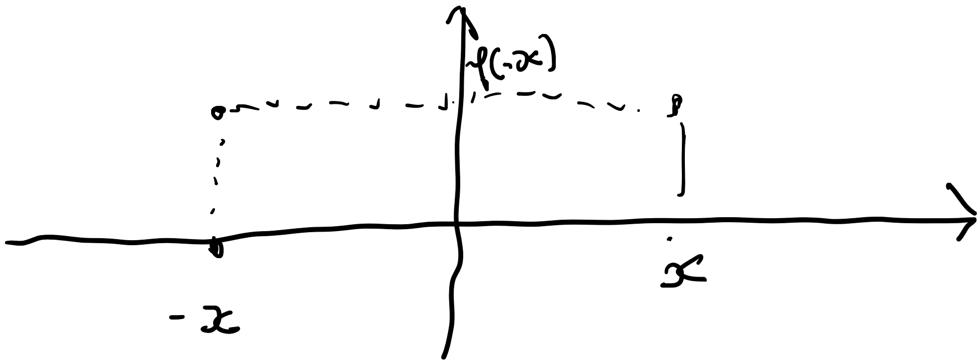
$$= \lim_{y\to-\infty} -2 \underbrace{\frac{\log(-y)}{y^2}}_{\to 0} = 0^-$$

PERCHÉ $\lim_{x\to\infty} \frac{\log(x)}{x^\alpha} = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) \overset{y=\frac{1}{x}}{=} \lim_{y\to +\infty} 2\frac{\log((y)^{-1})}{y^2} = \lim_{y\to\infty} -2\frac{\log(y)}{y^2} = 0^-$$

$x = 0$ È ASINTOTO VERTICALE

OSSERVIAMO CHE $f(-x) = 2(-x)^2 \log(|-x|) = f(x)$



IL GRAFICO È SIMMETRICO RISPETTO ALL' ASSE Y.

ASINTOTI ORIZZONTALI

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 2x^2\log(x) = \infty$$

NON C'È ASINTOTO ORIZZONTALE

ASINTOTO OBLIQUO

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} 2x\log(x) = \infty$$

NON C'È ASINTOTO OBLIQUO.

f) $f(x) = x\,\dfrac{2-e^x}{5+3e^x}$ $\quad (f(0)=0)$

$f: D \longrightarrow \mathbb{R} \qquad D = \mathbb{R}$

ASINTOTI ORIZZONTALI

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \underbrace{x}_{-\infty}\ \underbrace{\frac{2-e^x}{5+3e^x}}_{\frac{2}{5}} = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\,\frac{2-e^x}{5+3e^x} = \lim_{x\to+\infty} x\,\frac{\overbrace{\frac{2}{e^x}}^{0}-1}{\underbrace{\frac{5}{e^x}}_{0}+3}\cdot\frac{\cancel{e^x}}{\cancel{e^x}}$$

$= -\infty$

NON C'È ASINTOTO ORIZZONTALE.

ASINTOTO OBLIQUO

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2-e^x}{5+3e^x} = \frac{2}{5} = m \qquad (-\infty)\cdot 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to-\infty} x\,\frac{2-e^x}{5+3e^x} - \frac{2}{5}x = \lim_{x\to-\infty} x\left(\frac{2-e^x}{5+3e^x} - \frac{2}{5}\right)$$

?