Ist. Mat. I - CIA
Ricevimento 26/6/23

$\boxed{\text{P2 - prova 2 - 22/5/23}}$

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

$$F\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\0\\-2\end{pmatrix} \qquad F\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix} \qquad F\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$$

F è l'appl. assoc. alla matrice

$$A = \begin{pmatrix}4 & -2 & -2\\0 & 1 & -1\\-2 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

(la matrice di F rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza/arrivo è A).

$$p_A(t) = \det(A - tI_3) = \det\begin{pmatrix}4-t & -2 & -2\\0 & 1-t & -1\\-2 & 0 & 2-t\end{pmatrix}$$

$$= (4-t)(2-3t+t^2) - 4 - 4(1-t)$$

$$\begin{aligned}= \ & 8 - 12t + 4t^2\\ & \quad -2t + 3t^2 - t^3\\ & -4\\ & -4 + 4t \qquad\qquad = -10t + 7t^2 - t^3\end{aligned}$$

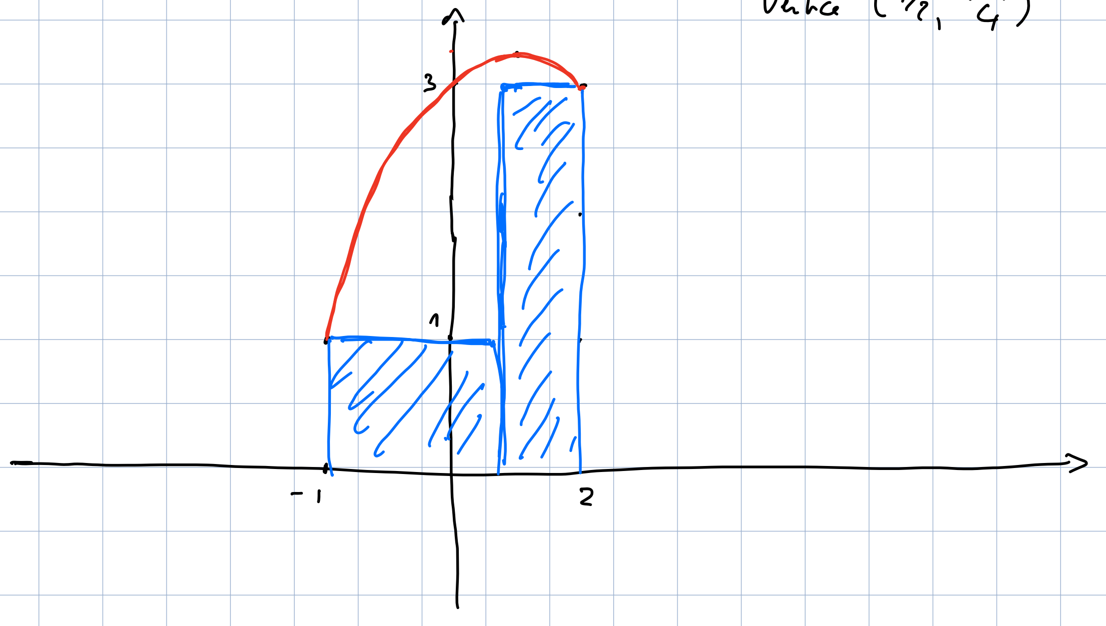
$$= -t(t^2 - 7t + 10)$$
$$= -t(t-2)(t-5)$$

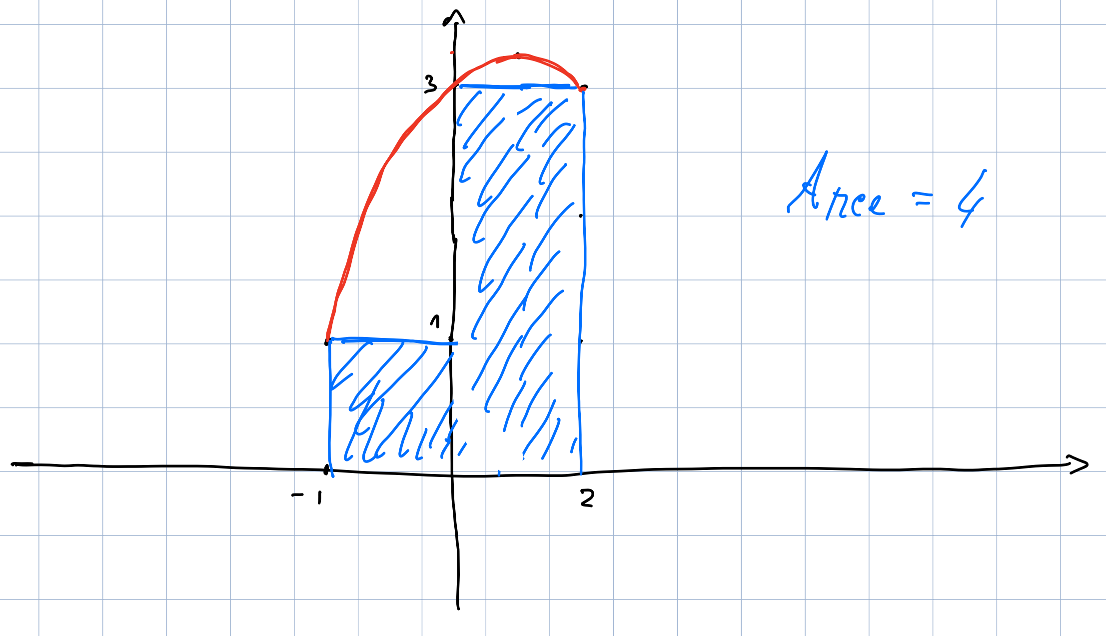
$\lambda_1 = 0 \qquad \lambda_2 = 2 \qquad \lambda_3 = 5$

tutti: $m.a. = m.g. = 1$

① $f : [-1,1] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad f(x) = 3 + x - x^2$

Vertice $\left(1/2, \frac{13}{4}\right)$





Area $= 4$

$$\int_1^0 \frac{e^x(x+1)}{e^{2x}\cdot x^2+1}\,dx = -\int_0^1 \frac{xe^x+e^x}{(xe^x)^2+1}\,dx$$

$y = xe^x$

$dy = (xe^x+e^x)\,dx$

$$= -\int_0^e \frac{dy}{y^2+1} = -\arctan(y)\Big|_0^e = -\arctan(e)$$

$A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$. diagonalizzabile?

- $P_A(t)$
- radici $p_A(t)$ con molt. (alg.)
  - ▷ se meno di n : No
  - ▷ se sono n :
    - guardo per ciascuna molt. geom.
      - ▷ se sempre uguali : Sì
      - ▷ altrimenti : No.

Oss: $1 \leq m.g.(\lambda) \leq m.a.(\lambda)$.

Dunque se $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ radici distinte (cioè ciascuna ha $m.a.=1$) automaticamente è diag.

Esempi:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 41 \end{pmatrix}$$