



1. Calcolare $\int_A x \, dx \, dy$ dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 - y^2, -1 \leq y \leq 1\}$.

2. Calcolare $\int e^x \cdot \cos(x) \, dx$.

3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ dire quante sono le soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} (k+1)x - (k+3)y = 3k+1 \\ (1-k)x + (2k-3)y = -5. \end{cases}$

4. Calcolare $\det(3A)$ con $A = \begin{pmatrix} -7 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

5. Esibire una base ortonormale del sottospazio di \mathbb{R}^3 di equazione $2x + y - 3z = 0$.

6. Calcolare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibita la tessera dello studente o un documento. I telefoni devono rimanere spenti. Le risposte ai quesiti vanno scritte negli spazi bianchi di questo foglio. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato dopo i primi 45 minuti. Prima della consegna non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul banco è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria.



Considerare in \mathbb{R}^3 i seguenti sottospazi vettoriali:

$$W_1 = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \quad W_2 : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

- (A) (2 punti) Determinare una base di W_1 .
- (B) (2 punti) Determinare una base di W_2 .
- (C) (2 punti) Determinare una base di W_2^\perp .
- (D) (2 punti) Determinare una base di $W_1 \cap W_2^\perp$.
- (E) (1 punto) Calcolare la dimensione di $(W_1 + W_2^\perp)^\perp$.

Deve essere esibito un documento o la tessera dello studente. I telefoni devono rimanere spenti. Sul tavolo è consentito avere solo solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto dell'esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.



Risposte ai quesiti

1. $\frac{8}{15}$
2. $\frac{1}{2} e^x \cdot (\sin(x) + \cos(x)) + c$
3. Infinite per $k = 3$, nessuna per $k = 0$, una altrimenti
4. -27
5. Ad esempio $\frac{1}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{\sqrt{35}} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
6. $0, \pm\sqrt{6}$



Soluzione dell'esercizio

(A) Ad esempio $\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

(B) Ad esempio $\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(C) Ad esempio $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$

(D) Ad esempio $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(E) 0