UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 08/07/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ⌴⌴⌴⌴⌴⌴

1. I vettori $(1-i, 1, 1+i)$ e $(2, 1+i, 2i)$ sono linearmente indipendenti in $\mathbb{C}^3$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. I vettori $(1,1,0)$ e $(0,1,1)$ in $\mathbb{R}^3$ formano un angolo retto? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se V e W sono sottospazi di $\mathbb{R}^5$, entrambi hanno dimensione 3, e non coincidono, si può concludere che $V+W=\mathbb{R}^5$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. La matrice di una funzione $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ è una 3×2? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $f:\mathbb{C}^3\to\mathbb{C}^3$ lineare diagonalizzabile. Può f avere solo due autovalori distinti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $X=\{f\in \mathrm{C}^0([0,1];\mathbb{R}) : f(0)+f(1)=0\}$. Quale è giusta?

$\boxed{\text{A}}$ X non è un sottospazio. $\boxed{\text{B}}$ X è un sottospazio di dimensione finita.
$\boxed{\text{C}}$ X è un sottospazio di codimensione finita. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

7. Qual è il determinante del minore A^{12} della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\text{A}}$ $+3$. $\boxed{\text{B}}$ -3. $\boxed{\text{C}}$ -12. $\boxed{\text{D}}$ -7.

8. Siano $u_1=(0,2)$ e $u_2=(3,0)$. Sia $\mathcal{B}=(e_1,e_2)$ la base canonica di $\mathbb{R}^2$ e $\mathcal{B}'=(u_1,u_2)$. Se $[v]_{\mathcal{B}}$ e $[v]_{\mathcal{B}'}$ sono le coordinate di un vettore v nelle due basi, qual'è la matrice A tale che $[v]_{\mathcal{B}'}=A\cdot[v]_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/3 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

9. Siano $v_1, v_2, \ldots, v_n$ linearmente indipendenti in uno spazio V.
Lo sono allora anche $v_1+v_2, v_2+v_3, \ldots, v_{n-1}+v_n, v_n+v_1$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ No, mai. $\boxed{\text{C}}$ Dipende da n. $\boxed{\text{D}}$ Dipende da V.

10. Quali sono le coordinate di un generico vettore (x_1,x_2) di $\mathbb{R}^2$ nella base $(e_1-e_2, 2e_2)$?

$\boxed{\text{A}}$ $(x_1, \frac{1}{2}(x_1+x_2))$. $\boxed{\text{B}}$ $(x_1, 2(x_1+x_2))$. $\boxed{\text{C}}$ $(2x_1, x_1+x_2)$. $\boxed{\text{D}}$ (x_1,x_2).

11. Quante sono le $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ lineari tali che $f(\{e_1,e_2,e_3\})=\{e_1,e_2,e_3\}$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuna. $\boxed{\text{B}}$ Infinite. $\boxed{\text{C}}$ 6. $\boxed{\text{D}}$ 9.

12. Che rango ha $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

13. Che dimensione può avere un sottospazio affine di $\mathbb{R}^4$ parallelo a quello di equazioni $x+y+z+w=1$, $x+2y+3z-w=0$? $\boxed{\text{A}}$ 2. $\boxed{\text{B}}$ Almeno 2. $\boxed{\text{C}}$ Al più 2. $\boxed{\text{D}}$ Tra 0 e 4.

14. Siano $z_1,z_2,z_3\in\mathbb{C}$ i vertici di un triangolo equilatero di centro c. Quanto fa $(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)$?

$\boxed{\text{A}}$ z^3-a con $a\in\mathbb{C}$. $\boxed{\text{B}}$ $(z-c)^3-a$ con $a\in\mathbb{R}$. $\boxed{\text{C}}$ $(z-c)^3-a$ con $a\in\mathbb{C}$. $\boxed{\text{D}}$ z^3+1.

15. Sia H una matrice hermitiana 2×2 tale che $\langle (z,w)|(z,w)\rangle_H = 2\mathrm{Im}(\overline{z}w)+|z|^2$. Chi è H?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2i \\ -2i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ Non esiste.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. F

4. V

5. V

6. C

7. B

8. A

9. C

10. A

11. C

12. C

13. D

14. C

15. B

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 08/07/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.$\heartsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$