Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 18 giugno 2002 -A-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf\left\{y \in \mathbf{R} \quad \middle| \quad \ln(x) - \frac{x^2}{2} \leq y \quad \forall x > 0\right\} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{6} - \sqrt[n]{2}) = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t)\sqrt{2 - \sin^2(t)}\, dt = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2} - 1}{x^\alpha(1 + x^2 + x^4)}\, dx$$

(3p.): α______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \text{arctg}(2x + 3x^2) + 6x + 2$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{3}{x}y - \frac{24}{1 + x^2} \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]0, +\infty[$ (2 p) y_0______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 4$ ha esattamente una soluzione (3 p.) y_0______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{\cos(2x)}(e^{x^2}) - 1}{x(\sin(x) - x)} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 18 giugno 2002 -B-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \left\{ y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - \frac{x^2}{4} \leq y \quad \forall x > 0 \right\} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{5} - \sqrt[n]{2}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t)\sqrt{2 - \sin^2(t)}\, dt = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^3} - 1}{x^\alpha(1 + x^2 + x^4)}\, dx$$

(3p.): α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \mathrm{arctg}(2x + 3x^2) + 5x + 2$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{3}{x}y - \frac{18}{1 + x^2} \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]0, +\infty[$ (2 p) y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 3$ ha esattamente una soluzione (3 p.) y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{\cos(2x)}(e^{x^2}) - 1}{x(\sin(x) - x)} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 18 giugno 2002 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \left\{ y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - \frac{x^2}{6} \leq y \quad \forall x > 0 \right\} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{4} - \sqrt[n]{4}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t)\sqrt{2 - \sin^2(t)}\, dt = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^4} - 1}{x^\alpha(1 + x^2 + x^4)}\, dx$$

(3p.): α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \mathrm{arctg}(2x + 3x^2) + 4x + 4$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(4) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{3}{x}y - \frac{12}{1 + x^2} \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]0, +\infty[$ (2 p) y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ ha esattamente una soluzione (3 p.) y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{\cos(2x)}(e^{x^2}) - 1}{x(\sin(x) - x)} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 18 giugno 2002 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \left\{ y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - \frac{x^2}{8} \leq y \quad \forall x > 0 \right\} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n \to \infty} n(\sqrt[n]{3} - \sqrt[n]{2}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) \sqrt{2 - \sin^2(t)}\, dt = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^5} - 1}{x^\alpha (1 + x^2 + x^4)}\, dx$$

(3p.): α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \operatorname{arctg}(2x + 3x^2) + 3x + 2$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{3}{x} y - \frac{6}{1 + x^2} \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]0, +\infty[$ (2 p) y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 1$ ha esattamente una soluzione (3 p.) y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{\cos(2x)}(e^{x^2}) - 1}{x(\sin(x) - x)} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO