Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 23 settembre 2002 -A-

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[-1,3]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[-1,3]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{2x^4+5}}$ si indichino (2+2p.):

$\sup_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il massimo sí no

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il minimo sí no

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{4+4x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(4\alpha+2)^n}{n^2+1}$$

: α ____________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x + x^2) + 5x + x^2 + 2$ si calcoli

(3p.) $(f^{-1})'(2) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{2x^2 - 4x + 4}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p) y_0 ____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.) y_0 ____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x \ln(1+2x) - 2x}{x^2} \qquad (7 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 23 settembre 2002 -B-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[0,4]} f = \rule{4cm}{0.4pt} \quad , \quad \max_{[0,4]} f = \rule{4cm}{0.4pt}$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{3x^4+2}}$ si indichino (2+2p.):

$$\sup_{\mathbf{R}} f = \rule{4cm}{0.4pt} \qquad \text{è il massimo} \quad \boxed{\text{sí}} \ \boxed{\text{no}}$$

$$\inf_{\mathbf{R}} f = \rule{4cm}{0.4pt} \qquad \text{è il minimo} \quad \boxed{\text{sí}} \ \boxed{\text{no}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{9+9x^2}}\, dx = \rule{4cm}{0.4pt}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(5\alpha+4)^n}{n^2+1}$$

: α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x + x^2) + 4x + x^2 + 4$ si calcoli

(3p.) $(f^{-1})'(4) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{2x^2 - 4x + 4}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x \ln(1+4x) - 4x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 23 settembre 2002 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[-2,2]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[-2,2]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{4x^4+3}}$ si indichino (2+2p.):

$\sup_{\mathbf{R}} f =$ ______________ è il massimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ ______________ è il minimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{16+16x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(3\alpha+4)^n}{n^2+1}$$

: α ______________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x+x^2) + 3x + x^2 + 5$ si calcoli (3p.) $(f^{-1})'(5) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{2x^2 - 4x + 4}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p) y_0 ______________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.) y_0 ______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x \ln(1+5x) - 5x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 23 settembre 2002 -D-

Cognome ________________________ Nome ________________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$. Allora (2+2p.):

  $$\min_{[-1,2]} f = \underline{\hspace{4cm}} \quad , \quad \max_{[-1,2]} f = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{5x^4+2}}$ si indichino (2+2p.):

  $\sup_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il massimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

  $\inf_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il minimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

  $$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{25+25x^2}}\, dx = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

  $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(2\alpha+5)^n}{n^2+1}$$

  : α____________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x + x^2) + 2x + x^2 + 3$ si calcoli

  (3p.) $(f^{-1})'(3) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

  $$y' = \frac{2y}{x} - \frac{2x^2 - 4x + 4}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x \ln(1+3x) - 3x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO