Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 luglio 2002 -A-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - 5x^2$. Allora (4p.):

$$\min_{[0,10]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[0,10]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.):

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n^3-5n} - \sqrt{n^3-2n}\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale improprio(5p.):

$$\int_6^{+\infty} \frac{1}{x(\sqrt{36+x^2})}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^x+x}{x^\alpha(1+e^{2x}+x^2)}\, dx$$

: α ______________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x+2x^3) + 6x + 2$ si calcoli (3p.) $(f^{-1})'(2) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = 3y - \frac{e^{3x}}{x^2-1} \quad , \quad y(0) = y_0, \text{per } -1 < x < 1$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si trovi (in funzione eventualmente di y_0) $\lim_{x\to -1^+} y(x) =$ ________ (2p.)
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]-1,1[$ (4 p) y_0 ______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0}\left(\cos(2x)e^{2x^2}\right)^{\frac{1}{x^4}} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 luglio 2002 -B-

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - 4x^2$. Allora (4p.):

$$\min_{[0,8]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[0,8]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.):

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n^3-4n} - \sqrt{n^3-2n}\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale improprio(5p.):

$$\int_5^{+\infty} \frac{1}{x(\sqrt{25+x^2})}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^x+x}{x^\alpha(1+e^{2x}+x^3)}\, dx$$

: α________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x+2x^3) + 5x + 2$ si calcoli (3p.) $(f^{-1})'(2) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = 5y - \frac{e^{5x}}{x^2-1} \quad , \quad y(0) = y_0, \text{per } -1 < x < 1$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ________________________;
  - si trovi (in funzione eventualmente di y_0) $\lim_{x\to -1^+} y(x) =$ ________ (2p.)
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]-1,1[$ (4 p) y_0________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0}\left(\cos(2x)e^{2x^2}\right)^{\frac{1}{x^4}} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 luglio 2002 -C-

Cognome ____________________ Nome ____________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - 3x^2$. Allora (4p.):

$$\min_{[0,6]} f = \underline{\hspace{4cm}} \quad , \quad \max_{[0,6]} f = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli il limite (3p.):

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n^3-4n} - \sqrt{n^3-6n}\right) = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale improprio(5p.):

$$\int_4^{+\infty} \frac{1}{x(\sqrt{16+x^2})}\,dx = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^x+x}{x^\alpha(1+e^{2x}+x^4)}\,dx$$

: α____________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x+2x^3) + 4x + 4$ si calcoli (3p.) $(f^{-1})'(4) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = 7y - \frac{e^{7x}}{x^2-1} \quad , \quad y(0) = y_0, \text{per } -1 < x < 1$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si trovi (in funzione eventualmente di y_0) $\lim_{x\to -1^+} y(x) =$ __________ (2p.)
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]-1,1[$ (4 p) y_0____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0}\left(\cos(2x)e^{2x^2}\right)^{\frac{1}{x^4}} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 luglio 2002 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - 2x^2$. Allora (4p.):

$$\min_{[0,4]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[0,4]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.):

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n^3-2n} - \sqrt{n^3-5n}\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale improprio(5p.):

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{x(\sqrt{9+x^2})}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α risulta convergente il seguente integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^x+x}{x^\alpha(1+e^{2x}+x^5)}\, dx$$

: α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \sin(x+2x^3) + 3x + 2$ si calcoli (3p.) $(f^{-1})'(2) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = 9y - \frac{e^{9x}}{x^2-1} \quad , \quad y(0) = y_0, \text{per } -1 < x < 1$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si trovi (in funzione eventualmente di y_0) $\lim_{x\to -1^+} y(x) =$ __________ (2p.)
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente crescente su $]-1,1[$ (4 p) y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0}\left(\cos(2x)e^{2x^2}\right)^{\frac{1}{x^4}} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO