Analisi Matematica II - Ing. Aerospaziale - Compito del 10 febbraio 2003

Cognome ________________________ Nome ________________________

- Data la funzione definita (dove è possibile) da $f(x,y) = \dfrac{16}{\sqrt{1+x^2-y^2}} + x^2 - y^4$ si trovino tutti i suoi punti critici dicendo per ognuno di essi se sono massimi o minimi relativi (6p):

- Sia data la successione di funzioni $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definite su $\mathbf{R}$ da $f_n(x) = x + \dfrac{\sin(nx)}{n}$. Si trovi il limite puntuale delle f_n: $f(x) =$ ____________. (1 p.) Inoltre si dica se
  $f_n \to f$ uniformemente su $]0,+\infty[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$ (2 p.)
  $f_n \to f$ uniformemente su $[0,1]$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$ (2 p.)

- Si trovi la soluzione del problema di Cauchy (4 p.):

$$y''' + y = 2e^t \qquad y(0) = 0, y'(0) = -\frac{1}{2}, y''(0) = -\frac{3}{2}$$

  $y(x) =$ ________________________

- Si calcoli (4 p.)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^2-2x+5} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si trovi (usando le proprietà delle serie di potenze) la somma della serie (3 p.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n-1)!} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si trovi lo sviluppo in serie di Fourier $f(t) = \sum_n (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt))$ dove $f(t) = \cosh(t) = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ per $-\pi \le t \le \pi$ ed è estesa per periodicità su tutto $\mathbf{R}$. (4p.)

  $a_n =$ ________________________, $b_n =$ ________________________

Si calcoli il seguente integrale (7 p.). $\displaystyle\int\int\int_D e^{2x^2+y^2}\ dxdydz$ dove

$$D = \left\{(x, y, z) \mid 3x^2 + y^2 \le z \le 1 + x^2\right\}.$$

SVOLGIMENTO