

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 17 gennaio 2006

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x + \frac{\log|x|}{|x|}.$$

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

2. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale $y' = \sqrt{xy}$ (per $x \geq 0$) e tracciare il grafico di qualche soluzione.

3. (punti 6)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della seguente funzione

$$\frac{(\sin x - \operatorname{tg} x)(2^x - 3^x)}{\sqrt{1-x^2} - \cos x}.$$

4. (punti 6)

Calcolare $\int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} dx$.

5. (punti 4)

Utilizzando un opportuno criterio a priori, stabilire se il seguente integrale esiste

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x(1+x)} dx.$$