

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 7 febbraio 2006

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \cos 2x + 2 \sin x.$$

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

2. (punti 6)

Risolvere l'equazione differenziale $y'''(x) + y'(x) = 4x \sin x$.

3. (punti 6)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare al variare del parametro α il limite per $x \rightarrow 0^+$ della seguente funzione

$$\frac{\sin(x^2) - \sin^2 x}{x^\alpha (\cos(x^2) - \cos^2 x)}.$$

4. (punti 7)

Dato l'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)} dx$, provare che non esiste

- (i) utilizzando un criterio a priori
- (ii) calcolandolo esplicitamente.

5. (punti 5)

Stabilire al variare del parametro x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}.$$