

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.3 dell' 11 gennaio 2006

1. (punti 4 + 9)

Data la funzione

$$f(t) = \frac{t}{t^2 - 1} \log t ,$$

provare che è integrabile in un intorno di 0 e in un intorno di 1 e che non lo è in alcun intorno di $+\infty$.

Utilizzare queste informazioni per studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_x^{x^2} \frac{t}{t^2 - 1} \log t \, dt$$

e tracciarne il grafico . Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

N.B. : la seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver dimostrato i risultati della prima parte .

2. (punti 6 + 2)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = 2x \cos^2 y \quad , \quad -\pi/2 \leq y \leq \pi/2$$

precisando l'insieme di definizione delle varie soluzioni e tracciando il grafico di alcune di questa .

Facoltativo : dopo avere osservato che il problema con condizione iniziale ha sempre una sola soluzione , giustificare a priori questo risultato .

3. (punti 5)

Calcolare

$$\int \frac{\operatorname{tg} x}{3 + \operatorname{sen}^2 x} \, dx .$$

4. (punti 7)

Studiare la convergenza delle seguenti serie al variare del parametro x :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \log n} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2} e^{nx} .$$

