

Introduzione alla Matematica

Prova scritta del 17 . 01 . 07

Nei problemi 1 e 2 successivi si fa riferimento alla funzione

$$f(x) = \arcsen \frac{1}{\sqrt{2x-1}} .$$

1. (punti 5)

Trovare il campo di esistenza e l'immagine della funzione $f(x)$; provare che è invertibile e trovare la funzione inversa.

2. (punti 4)

Tracciare il grafico della funzione $f(x)$, deducendolo per passi successivi da quello di funzioni elementari note.

3. (punti 8)

Risolvere le seguenti disequazione

$$\sin x + \cos x > \frac{1}{2}$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} - \sqrt{3}}{1 - \sin x} > 0 .$$

4. (punti 8)

Trovare campo di esistenza e segno della funzione

$$\log \left(x - \sqrt{|x-1|} \right) .$$

5. (punti 5)

Data una circonferenza con diametro AB di lunghezza 2 , determinare a quale distanza dal centro si deve condurre la corda CD perpendicolare ad AB, in modo che sia massima la differenza tra l'area del triangolo ACD contenente il centro e quella del triangolo BCD.

Per risolvere il problema non fare uso del calcolo differenziale.

Sugg.: indicare con x l'ampiezza dell'angolo DOB.