

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta del 13.6.08

1. punti 11

Data l'equazione differenziale

$$y' = \sin 2y$$

con la condizione $0 \leq y \leq \pi / 2$:

- trovare le soluzioni in forma esplicita, precisandone il dominio e tracciandone il grafico
- imporre la condizione iniziale $y(0) = \pi / 4$
- imporre la condizione iniziale $y(0) = 0$: questo problema ha un'unica soluzione (precisare quale) ; spiegare come avremmo potuto stabilire a priori l'unicità di soluzione.

2. punti 7

Dato l'integrale

$$\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}} dx$$

- stabilirne a priori l'esistenza
- calcolarne il valore.

3. punti 7

Studiare al variare del parametro reale x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x^2 - 1)^n \log \frac{n^2 + \sqrt{n}}{n^2 + 1}.$$

4. punti 7

Studiare le principali proprietà della funzione

$$f(x) = x / \log^2 x$$

(compresa la derivata seconda) e tracciarne il grafico.

Precisare il punto di discontinuità eliminabile e stabilire se il prolungamento continuo in questo punto risulta anche derivabile.