Appello #2 del 30. 6. 2018 - **seconda parte [A]**

1 punti 11

Data la funzione $f(x) = 2\log(1+x^2) - \log(1+x^4)$,

- punti 5
  studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico. Il calcolo della derivata seconda non è richiesto.
- punti 2
  Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle x.
- punti 2
  Dopo avere osservato che la restrizione all'intervallo $[0, 1]$ è invertibile e indicato qual è la sua immagine, scrivere la funzione inversa e tracciarne il grafico.
- punti 2
  Sia $P(x)$ il polinomio che rappresenta la parte principale di $f(x)$ per $x \to 0$; stabilire se localmente il grafico della funzione sta al di sopra o al di sotto di quello della funzione.

2. punti 9

Risolvere l'equazione differenziale

$$x\,y' = y + 4y^3 \quad , \; x > 0$$

e tracciare il grafico di qualche soluzione, precisandone l'intervallo di definizione.
Dire se esistono soluzioni prolungabili per continuità in $x_0 = 0$ ed in caso affermativo se tali prolungamenti sono anche derivabili

3. punti 6

Al variare del parametro reale α calcolare il limite della successione

$$n^{\alpha}\left(\sqrt[n]{n^2+1} - 1\right)$$

e quello per $x \to 0$ della funzione

$$\frac{\cos(\operatorname{sen}x) - 1}{(1+3x)^{\alpha} - e^{x}}.$$

Appello #2 del 30. 6. 2018 - **seconda parte [B]**

1 punti 11

Data la funzione $f(x) = \log(1 + x^4) - 2\log(1 + x^2)$,

- punti 5
  studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico. Il calcolo della derivata seconda non è richiesto.
- punti 2
  Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle x.
- punti 2
  Dopo avere osservato che la restrizione all'intervallo $[0, 1]$ è invertibile e indicato qual è la sua immagine, scrivere la funzione inversa e tracciarne il grafico.
- punti 2
  Sia $P(x)$ il polinomio che rappresenta la parte principale di $f(x)$ per $x \to 0$; stabilire se localmente il grafico della funzione sta al di sopra o al di sotto di quello della funzione.

punti 9

Risolvere l'equazione differenziale

$$x\,y' = 4y + y^3 \quad , \; x > 0$$

e tracciare il grafico di qualche soluzione, precisandone l'intervallo di definizione.
Dire se esistono soluzioni prolungabili per continuità in $x_0 = 0$ ed in caso affermativo se tali prolungamenti sono anche derivabili

3. punti 6

Al variare del parametro reale α calcolare il limite della successione

$$n^{2\alpha}\left(\sqrt[n]{n+1} - 1\right)$$

e quello per $x \to 0$ della funzione

$$\frac{1 - \cos(\operatorname{tg} x)}{e^x - (1 + 2x)^{\alpha}} .$$