Prova scritta del 24 Giugno 2010

Problema 1. Trovare $\inf A, \sup A, \max A$ e $\min A$, (se esistono) dove l'insieme A e definito come segue

$$A = \left\{ x; \log_{0,5}\left(\log_8\left(\frac{x^2-2x}{x-3}\right)\right) \le 0 \right\}.$$

Problema 2. Studiare la funzione

$$\arccos\left(\sqrt{\left|\frac{x+1}{x-1}\right|}\right).$$

Spiegare perché risulta invertibile nell'intervallo $(-1, 0)$ e scrivere l'inversa, precisando il dominio di definizione.

Problema 3. Studiare la convergenza e la convergenza assoluta delle seguenti serie

$$a)\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right); \quad b)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n!}{n^n};$$

$$c)\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(e^{1/n}-1); \quad d)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3\sqrt[n]{n}}{2+n^5}.$$

indicando nella risposta una delle seguente possibilita': AC (converge assolutamente), C (converge), D (diverge) o NC (non converge).

Problema 4. Risolvere

$$y'(x) + (\tan x)y(x) = \sin(2x), \quad x \in (-\pi/2, \pi/2),$$

$$y(0) = 1.$$

Prova scritta del 24 Giugno 2010

Problema 1. Trovare $\inf A, \sup A, \max A$ e $\min A$, (se esistono) dove l'insieme A e definito come segue

$$A = \left\{x; \log_{(x-1)/(x+5)} 0,3 \geq 0\right\}.$$

Problema 2. Studiare la funzione

$$\arcsin\left(\sqrt{\left|\frac{x+1}{x-1}\right|}\right).$$

Spiegare perché risulta invertibile nell'intervallo $(-\infty, -1)$ e scrivere l'inversa, precisando il dominio di definizione.

Problema 3. Studiare la convergenza e la convergenza assoluta delle seguenti serie

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - 1\right); \quad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^n}{n^{n+1}};$$

$$c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\arctan n}; \quad d) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!+1}{(n+2)!+1}.$$

indicando nella risposta una delle seguente possibilita': AC (converge assolutamente), C (converge), D (diverge) o NC (non converge).

Problema 4. Risolvere

$$y'(x) + (\tan x)y(x) = \sin(2x), \quad x \in (\pi/2, 3\pi/2),$$

$$y(\pi) = 0.$$