

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

Esercizio 1. (aritmetica di macchina) Si vuole calcolare

$$\sum_{n=1}^{10000} \frac{1}{n^2} = 1.644834$$

in singola precisione. Il risultato numerico è corretto alle 7 cifre decimali.

1. Scrivere un programma per il calcolo della somma e verificare la correttezza del risultato.
2. Scrivere un programma per il calcolo della somma a partire dal termine più piccolo e verificare la correttezza del risultato.
3. Commentare e giustificare le discrepanze tra i due risultati.

Esercizio 2. (stabilità di un algoritmo) Si consideri il calcolo della sequenza

$$y_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5} dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. Si verifichi che vale

$$y_0 = \ln 6 - \ln 5, \quad y_n = \frac{1}{n} - 5y_{n-1}, \quad n \geq 1.$$

2. Scrivere un programma per il calcolo dei primi 22 termini della sequenza.
3. Compaiono valori negativi? In caso affermativo, come è possibile spiegare il fenomeno?

Esercizio 3. (condizionamento) Sia $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tre volte con continuità.

1. Si determini il numero di condizionamento del problema della valutazione della funzione $f(x) := g'(x)$.
2. Si determini il numero di condizionamento del problema della valutazione della funzione $f_h(x) := \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$ per $h > 0$ fissato.
3. Si dica se il secondo converge al primo per $h \rightarrow 0$.