

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2012/2013 – Appello 26/04/2013

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Siano $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definite da

$$A = I_n + \gamma L, \quad L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & \\ -1 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & 2 & -1 \\ & & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

con γ parametro reale.

1. Si determinino i valori del parametro γ per cui A risulta predominante diagonale.
2. Per $\gamma = 1$ e $n = 100$ si traccino i cerchi di Gershgorin si dica motivando la risposta se:
 - (a) A è invertibile;
 - (b) A è definita positiva;
 - (c) A ammette fattorizzazione LU.
3. Si implementi una funzione Matlab[®] che dati in input $n, \gamma, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ restituisce in output il vettore $\mathbf{z}$ generato in un passo del metodo di Jacobi applicato per la risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con vettore iniziale $\mathbf{y}$.
4. Posto $\mathbf{b} = [1 + \gamma, 1, \dots, 1, 1 + \gamma]^T$ e $n = 100$, sia $\{\mathbf{y}_k\}_{k=1}^{20}$ la sequenza di vettori generata nei primi 20 passi dalla funzione al punto (3) con vettore iniziale $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 = [0, \dots, 0]^T$. Si definisca inoltre

$$\epsilon_\gamma(k) = \frac{\|\mathbf{y}_k - \mathbf{e}\|_\infty}{\|\mathbf{e}\|_\infty}, 1 \leq k \leq 20, \quad (\mathbf{e} = [1, \dots, 1]^T).$$

Si riportino su un grafico i valori del vettore ϵ_γ per $\gamma = 1$ e $\gamma = 0.01$. Commentare i risultati.