

# Complementi di Analisi Matematica

Anno Accademico 2003-2004

Laurea specialistica in Informatica

R.Stasi, V.M. Tortorelli

I foglio di esercizi  
dal 18 febbraio 2004 al 3 marzo

---

ESERCIZIO n. 1 Si disegnino in maniera approssimativa i sottoinsiemi dal piano definiti da  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : f(x, y) = f(a, b)\}$  al variare di  $f$  e di  $(a, b)$ , nei casi seguenti:

$$x^2 - y^2, (2, -1); \quad y^3 - x^2, (0, 0); \quad (y - x^2)^2 - x^5, (0, 0); \quad \frac{x-y}{x+y}, (1, 1); \quad \cos \frac{x}{y}, (\pi, 4);$$
$$e^{xy}, (2, 0); \quad \frac{x}{x^2+y^2}, (1, 2); \quad |x| + |y|, (1, 0); \quad \max\{|x|, |y|\}, (1, 0); \quad |x|^p + |y|^p, p \in \mathbf{R}^+, (1, 0);$$
$$x^3 + y^3 - 3axy, \quad a > 0, (0, 0); \quad \frac{2xy}{x^2+y^2}, (\cos \theta, \sin \theta), \theta \in \mathbf{R}; \quad \sqrt{x^2 + 2y^2} - 3x, (1, 2).$$

---

ESERCIZIO n. 2 Si disegnino in modo approssimativo i sottoinsiemi di  $\mathbf{R}^3$ :

$$\{(x, y, z) : 2 = 3x + 5y + 7z\};$$
$$\{(x, y, z) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 121\}; \quad \{(x, y, z) : (2x - 10)^2 + 9y^2 + z^2 \geq 111\};$$
$$\{(x, y, z) : x = z^2 + y^2\}; \quad \{(x, y, z) : x + y + z = 2x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 4zx - 4zy\};$$
$$\{(x, y, z) : x^2 - y^2 = z\}; \quad \{(x, y, z) : x^2 + y^2 - z^2 \leq 1\}; \quad \{(x, y, z) : x^2 + y^2 - z^2 \leq -1\};$$
$$\{(x, y, z) : x^2 - 4y^2 = 9z^2\}; \quad \{(x, y, z) : 2z^2 = x^2 + y^2\};$$
$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 - 6\sqrt{x^2 + y^2} + 5 = 0\};$$
$$\{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| = 1\}; \quad \{(x, y, z) : \max\{|x|, |y|, |z|\} \leq 1\};$$
$$\{(x, y, z) : z > -3, z^2 + y^2 - (x + 1)^2 = 0, (z + 1)^2 - y^2 - (x + 3)^2 = 0\};$$
$$\{(x, y, z) : y \tan z = x\}; \quad \{(x, y, z) : e^z \cos y = \cos x\}; \quad \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} = \cosh z\}.$$

---

ESERCIZIO n.3 Si studi l'immagine delle seguenti funzioni:

$$t \in \mathbf{R} \mapsto (\sin 2t, \cos 2t), t \in \mathbf{R} \mapsto (t^2, t^3), t \in \mathbf{R} \mapsto (t \cos t, t \sin t), t \in \mathbf{R} \mapsto (\cos t, \sin t, t),$$
$$t \in [2; 3] \mapsto (t + 1, 2t + 3, 3t + 4), (s, t) \in \mathbf{R}^2 \mapsto (s, t, s + t), (s, t) \in \mathbf{R}^2 \mapsto (s, t, s^2 + t^2).$$

---

ESERCIZIO n.4 Si mostri che la funzione  $f(x, y) = (x + y, x^2 + y^2)$  non è lineare. Che insieme è il suo luogo di zeri?

---

ESERCIZIO n. 5 (a) La funzione  $f(x, y) = \begin{pmatrix} x-xy \\ 2xy \end{pmatrix}$  da  $\mathbf{R}^2$  in se è iniettiva? È surgettiva?

(b) Sia  $f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2+y^2 \\ 2xy \end{pmatrix} = (u, v)$ : si studi l'immagine di  $f$ , si studi al variare di  $(u, v)$  come sono fatte le fibre  $f^{-1}\{(u, v)\}$ .

---

ESERCIZIO n.6 Si determinino il seno e il coseno dell'angolo orientato determinato dal primo vettore  $(1, 2)$  e dal secondo vettore  $(2, 1)$ .

---

ESERCIZIO n.7 Si determini l'angolo tra i vettori  $(1, 1, 1)$  e  $(0, 0, 0, 1)$ .

---

ESERCIZIO n.8 Si provi che i punti  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(5, 6, 7)$ ,  $(6, 8, 10)$  sono complanari. Si determini l'area elementare del parallelogramma che li ha come vertici.

---

ESERCIZIO n. 9 Si trovi l'area elementare del parallelogramma di vertici  $O = (0, 0, 0, 0)$ ,  $P = (1, 2, 3, 4)$ ,  $Q = (5, 6, 7, 8)$ ,  $P + Q$ .

---

ESERCIZIO n. 10 Si trovi il piano ortogonale al piano determinato dall'equazione  $x+y+z = 1$  e passante per i punti  $(0, 0, 0)$  e  $(2, 3, 4)$ .

---

ESERCIZIO n. 11 Si determini come luogo di zeri in  $\mathbf{R}^3$  l'insieme ottenuto dalle rotazioni attorno l'asse  $(0, 1, 0)$  dell'insieme  $\{(x, y, z) : y = x^2 + 1\}$ .

---

ESERCIZIO n.12 Qual'è la massima distanza del punto  $(3, 5, 7)$  dai punti dell'insieme  $\{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ ? E dall'insieme  $\{(x, y, z) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 1\}$ ?