

NOME

COGNOME

Matricola n.

ESERCIZIO n. 1

a) Si trovino le primitive della seguente forma differenziale: $yzdx + xzdy + yxdz$.

b) Sia γ una curva con sostegno definito dalle equazioni:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z + e^z = 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$
, e con tangente nel punto $(1, 0, 0)$ eguale a $(0, 1, 0)$. Si calcoli:

$$\int_{\gamma} \frac{y}{x^2 + y^2} dx - \frac{x}{x^2 + y^2} dy - z dz$$

NOME

COGNOME

Matricola n.

ESERCIZIO n. 2

Dire per quali valori $\alpha > 0$, $\beta > 0$ le seguenti funzioni sono integrabili in senso generalizzato nei domini rispettivamente specificati:

a) $\frac{1}{(|x|^\alpha + |y|^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}}$, $x^2 + y^2 \leq 1$;

b) $\frac{1}{(|x|^\alpha + |y|^\alpha + |z|^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}}$, $\max\{|x|, |y|, |z|\} \leq 1$;

c) $\frac{1}{(|x|^\alpha + |y|^\alpha)^\beta}$, $|x| + |y| \leq 1$.

NOME

COGNOME

Matricola n.

ESERCIZIO n. 3

Si provi la finitezza della misura dell'insieme $\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 \leq e^z \leq x^2 + \frac{1 + e^{2z}}{e^{2z}} y^2 \}$.
