Esercizi sulle forme esatte e le forme chiuse

Esempio 1. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *la* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*)*
$$\alpha = \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy.$$
Dimostrare che la forma α *è chiusa su* Ω*.*

Esercizio 2. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *la* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*)*
$$\alpha = \frac{-y}{x^2+2y^2}dx + \frac{x}{x^2+2y^2}dy.$$
Dimostrare che α *è chiusa ma non esatta su* Ω*.*

Esercizio 3. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *la* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*)*
$$\alpha = \frac{-y}{(x^2+y^2)^a}dx + \frac{x}{(x^2+y^2)^a}dy.$$
(1) Dimostrare che α *non è esatta.*
(2) Per quali valori del parametro $a > 0$ *la forma risulta chiusa?*

Esercizio 4. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *una* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*).*
$$\alpha = \frac{-y^2x}{x^4+y^4}dx + \frac{x^2y}{x^4+y^4}dy.$$
Dire se α *è :*
(a) chiusa e esatta (in Ω*);*
(b) chiusa, ma non esatta (in Ω*);*
(c) esatta, ma non chiusa (in Ω*);* - **È possibile che una forma sia esatta, ma non chiusa?**
(d) ne chiusa, ne esatta (in Ω*).*

Esercizio 5. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *una* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*).*
$$\alpha = \frac{-y^2}{x^2+y^4}dx + \frac{xy}{x^2+y^4}dy.$$
Dire se α *è :*
(a) chiusa e esatta (in Ω*);*
(b) chiusa, ma non esatta (in Ω*);*
(c) esatta, ma non chiusa (in Ω*);*
(d) ne chiusa, ne esatta (in Ω*).*

Esercizio 6. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *una* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*).*
$$\alpha = \frac{-y^2}{x^2+y^4}dx + \frac{2xy}{x^2+y^4}dy.$$
Dire se α *è :*
(a) chiusa e esatta (in Ω*);*
(b) chiusa, ma non esatta (in Ω*);*
(c) esatta, ma non chiusa (in Ω*);*
(d) ne chiusa, ne esatta (in Ω*).*

Esercizio 7. *Sia* $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ *e sia* α *una* 1*-forma (di classe* C^∞ *su* Ω*).*
$$\alpha = \frac{-\sin y}{x^2+(\sin y)^2}dx + \frac{x\cos y}{x^2+(\sin y)^2}dy.$$
Dire se α *è :*

(a) chiusa e esatta (in Ω);
(b) chiusa, ma non esatta (in Ω);
(c) esatta, ma non chiusa (in Ω);
(d) ne chiusa, ne esatta (in Ω).

Esercizio 8. *Sia $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ e sia α una 1-forma (di classe C^∞ su Ω).*

$$\alpha = \frac{-\sin(2y)}{x^2 + (\sin 2y)^2} dx + \frac{x\cos(2y)}{x^2 + (\sin 2y)^2} dy.$$

Dire se α è :
(a) chiusa e esatta (in Ω);
(b) chiusa, ma non esatta (in Ω);
(c) esatta, ma non chiusa (in Ω);
(d) ne chiusa, ne esatta (in Ω).

Esercizio 9. *Supponiamo che la funzione $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (di classe C^1) sia tale che la 1-forma*

$$\alpha = x\,dx + a(x)\,dy$$

è esatta. Dire se esistono una funzione a ed una funzione f tale che $df = \alpha$.

Esercizio 10. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se la forma*

$$y\,dx + x^2 a(y)\,dy$$

è esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 11. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se la forma*

$$y\,dx + xa(y)\,dy$$

è esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 12. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se la forma*

$$xy\,dx + a(y)\,dy$$

è esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 13. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se è possibile che la forma*

$$xy\,dx + a(x)\,dy$$

sia esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 14. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se è possibile che la forma*

$$a(x)\,dx + a(y)\,dy$$

sia esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 15. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se è possibile che la forma*

$$a(y)\,dx + a(x)\,dy$$

sia esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 16. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se è possibile che la forma*

$$a(y)\,dx + a(xy)\,dy$$

sia esatta su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 17. *Sia $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1. Dire se è possibile che la forma*

$$a(x)\,dx + a(xy)\,dy$$

sia esatta su $\mathbb{R}^2$.

Dagli appelli precedenti

Esercizio 18 (Giugno 2020). *Calcolare* $d(x^2) \wedge d(xy)$.

Esercizio 19 (Giugno 2020). *Sia* Ω *un aperto di* $\mathbb{R}^2$. *Quali delle seguenti affermazioni sono vere ?*

(a) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$df \wedge dg = d(fg)$$
(b) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$df \wedge dg = \det \begin{pmatrix} \partial_x f & \partial_y f \\ \partial_x g & \partial_y g \end{pmatrix} dx \wedge dy$$
(c) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$d(fg) = \det \begin{pmatrix} \partial_x f & \partial_y f \\ \partial_x g & \partial_y g \end{pmatrix} dx \wedge dy$$
(d) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$df \wedge dg = f\,dg + g\,df$$
(e) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$d(fg) = f\,dg + g\,df$$
(f) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$d(fdg) = df \wedge dg$$
(g) *Per ogni coppia di funzioni* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *e* $g : \Omega \to \mathbb{R}$ *si ha*
$$d(gdf) = df \wedge dg$$

Esercizio 20 (Giugno 2020). *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $e^x\,dx + e^y\,dy$
(b) $e^{xy}\,dx + e^{xy}\,dy$
(c) $ye^x\,dx + xe^y\,dy$
(d) $ye^{xy}\,dx + xe^{xy}\,dy$
(e) $xe^x\,dx + ye^y\,dy$

Esercizio 21 (Luglio 2020). *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dy$

(b) $\dfrac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dy$

(c) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx + \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dy$

(d) $\dfrac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx + \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dy$

Esercizio 22 (Luglio 2020). *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $\dfrac{y}{x^2+y^2}\,dx + \dfrac{x}{x^2+y^2}\,dy$

(b) $\dfrac{-y}{x^2+y^2}\,dx + \dfrac{x}{x^2+y^2}\,dy$

(c) $\dfrac{x}{x^2+y^2}\,dx + \dfrac{y}{x^2+y^2}\,dy$

(d) $\dfrac{-x}{x^2+y^2}\,dx + \dfrac{y}{x^2+y^2}\,dy$

Esercizio 23 (Luglio 2020). *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $\dfrac{y}{3x^2+y^2}\,dx + \dfrac{x}{3x^2+y^2}\,dy$

(b) $\dfrac{-y}{3x^2+y^2}\,dx + \dfrac{x}{3x^2+y^2}\,dy$

(c) $\dfrac{x}{3x^2+y^2}\,dx + \dfrac{y}{3x^2+y^2}\,dy$

(d) $\dfrac{-x}{3x^2+y^2}\,dx + \dfrac{y}{3x^2+y^2}\,dy$

Esercizio 24 (Luglio 2020). *Quali delle affermazioni seguenti sono vere ?*

(a) *Le* 1*-forme differenziali* α *che si possono scrivere come*

$$\alpha = f(x)\,dx + f(y)\,dy \qquad (\textit{dove } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \textit{ è una qualsiasi funzione di classe } C^1)$$

sono chiuse, ma non sono esatte.

(b) *Le* 1*-forme differenziali* α *che si possono scrivere come*

$$\alpha = f(x)\,dx + f(y)\,dy \qquad (\textit{dove } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \textit{ è una qualsiasi funzione di classe } C^1)$$

sono esatte, ma non sono chiuse.

(c) *Le* 1*-forme differenziali* α *che si possono scrivere come*

$$\alpha = f(x)\,dx + f(y)\,dy \qquad (\textit{dove } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \textit{ è una qualsiasi funzione di classe } C^1)$$

sono sia chiuse che esatte.

(d) *Le* 1*-forme differenziali* α *che si possono scrivere come*

$$\alpha = f(x)\,dx + f(y)\,dy \qquad (\textit{dove } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \textit{ è una qualsiasi funzione di classe } C^1)$$

sono esatte, ma solo se definite su un dominio semplicemente connesso.

(e) *La* 1*-forma*

$$xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

(f) *La* 1*-forma*

$$2xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

(g) *La* 1*-forma*

$$3xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

Esercizio 25 (Luglio 2020). *Sia* $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus K$*, dove* K *è l'insieme*

$$K = \Big\{(x,1) \;:\; x \geq 1\Big\} \cup \Big\{(x,-1) \;:\; x \leq -1\Big\}.$$

Sia α *la* 1*-forma (di classe* C^1 *su* Ω*)*

$$\alpha = a(x,y)\,dx + b(x,y)\,dy\ .$$

Quali delle affermazioni seguenti sono vere ?

(a) *Per qualsiasi scelta delle funzioni* a *e* b*, la funzione*

$$F:\Omega\to\mathbb{R}, \qquad F(x,y) = \int_0^y b(0,t)\,dt + \int_0^x a(s,y)\,ds$$

è tale che $dF = \alpha$.

(b) *Per qualsiasi scelta delle funzioni* a *e* b*, la funzione*

$$F:\Omega\to\mathbb{R}, \qquad F(x,y) = \int_0^y a(0,t)\,dt + \int_0^x b(s,y)\,ds$$

è tale che $dF = \alpha$.

(c) *Se le funzioni a e b sono tali che*

$$\partial_y a(x,y) = \partial_x b(x,y) \quad \text{per ogni} \quad (x,y) \in \Omega\,,$$

allora la funzione

$$F : \Omega \to \mathbb{R}, \qquad F(x,y) = \int_0^y b(0,t)\,dt + \int_0^x a(s,y)\,ds$$

è tale che $dF = \alpha$.

(d) *Se le funzioni a e b sono tali che*

$$\partial_y a(x,y) = \partial_x b(x,y) \quad \text{per ogni} \quad (x,y) \in \Omega\,,$$

allora la funzione

$$F : \Omega \to \mathbb{R}, \qquad F(x,y) = \int_0^y a(0,t)\,dt + \int_0^x b(s,y)\,ds$$

è tale che $dF = \alpha$.

(e) *In Ω ogni 1-forma è esatta*
(f) *In Ω ogni 1-forma chiusa è esatta*
(g) *In Ω ogni 1-forma esatta è chiusa*
(h) *L'insieme Ω non è stellato. Di conseguenza, in Ω ci sono forme esatte che non sono chiuse.*
(i) *L'insieme Ω non è stellato. Di conseguenza, in Ω ci sono forme chiuse che non sono esatte.*

Esercizio 26 (Luglio 2020). *Sia α la 1-forma*

$$\alpha = x\,d(xy) + x^2\,d(y^2).$$

Calcolare $d\alpha$.

Esercizio 27 (Maggio 2020 - simulazione prova scritta). *Sia Ω un aperto di $\mathbb{R}^2$ e siano $a : \Omega \to \mathbb{R}$ e $b : \Omega \to \mathbb{R}$ due funzioni di classe C^1. Consideriamo la 1-forma differenziale*

$$\alpha = a(x,y)\,dx + b(x,y)\,dy$$

Quali delle affermazioni seguenti sono vere ?

(a) *Se α è esatta, allora α è chiusa.*
(b) *Se α è chiusa, allora α è esatta.*
(c) *α è chiusa, se e solo se è esatta.*
(d) *Se $d\alpha = 0$, allora α è esatta*
(e) *Se $d\alpha = 0$, allora α è chiusa*
(f) *Se α è esatta, allora $d\alpha = 0$*
(g) *Se $d\alpha = 0$, allora le funzioni a e b sono costanti*
(h) *La forma $d\alpha$ è esatta*
(i) *La forma $d\alpha$ è chiusa*

Esercizio 28 (Maggio 2020 - simulazione prova scritta). *Siano $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni di classe C^1 e siano α e β le 1-forme*

$$\alpha = a(x)\,dx + b(y)\,dy$$
$$\beta = a(y)\,dx + b(x)\,dy$$

Quali delle affermazioni seguenti sono vere ?

(a) *α è chiusa (per qualsiasi scelta delle funzioni a e b)*
(b) *β è chiusa (per qualsiasi scelta delle funzioni a e b)*
(c) *α è esatta (per qualsiasi scelta delle funzioni a e b)*
(d) *β è esatta (per qualsiasi scelta delle funzioni a e b)*
(e) *Se α e β sono esatte, allora le funzioni a e b sono costanti.*
(f) *Se α e β sono esatte, allora le funzioni a e b sono uguali a zero.*

Esercizio 29 (Maggio 2020 - simulazione prova scritta). *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $xy^2\,dx + yx^2\,dy$
(b) $xy\,dx + xy\,dy$
(c) $x\,dx + y\,dy$
(d) $y\,dx + x\,dy$
(e) $(x+y)\,dx + x\,dy$

Esercizio 30 (Maggio 2020 - simulazione prova scritta). *Siano* $a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *e* $b : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *due funzioni di classe* C^1 *e siano* α *e* β *le* 1*-forme*

$$\alpha = a(x,y)\,dx + b(x,y)\,dy$$
$$\beta = x\,a(x,y)\,dx + y\,b(x,y)\,dy$$

Quali delle affermazioni seguenti sono vere ?

(a) *Se* α *è chiusa, allora* β *è chiusa*
(b) *Se* α *è esatta, allora* β *è esatta*
(c) *Se* α *e* β *sono chiuse, allora* α *è esatta.*
(d) *Se* α *e* β *sono chiuse, allora* α *e* β *sono entrambe esatte.*

Esercizio 31 (Appello 3, Giugno-Luglio 2021). *Dati tre numeri interi positivi* $m, n, k \in \mathbb{N}$*, consideriamo la* 1*-forma*

$$\alpha = e^{nx}(y^4 - mx + 1)\,dx + e^{mx}y^k\,dy\,.$$

Per quali valori dei parametri m*,* n *e* k *la forma* α *è chiusa?*

Esercizio 32. *Siano*

$$a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \qquad e \qquad b : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

due funzioni C^∞*. Consideriamo la* 1*-forma.*

$$\alpha = a(x,y)\,dx + b(x,y)\,dy\,.$$

(1) Calcolare $d\alpha$ *in funzione di* a *e* b*.*

(2) Diciamo che la forma α *è chiusa, se:*

(3) Diciamo, invece, che la 1*-forma* α *è esatta, se esiste una funzione* $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *tale che:*

(4) Scrivere le definizioni di forma chiusa e forma esatta in termini dei coefficienti a *e* b*.*

Esercizio 33 (Appello 3, Giugno-Luglio 2021). *Per quali valori del parametro* $a \in \mathbb{R}$ *la forma differenziale*

$$\alpha = \frac{2x - ay}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{x + 2y}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa? Per i valori trovati calcolare $\int_\gamma \alpha$*, dove* γ *è la curva*

$$\gamma : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2\ , \qquad \gamma(t) = \big(t, 1 - t^2\big).$$

Esercizio 34 (Appello 2, Giugno-Luglio 2021). *Consideriamo la forma differenziale*

$$\alpha = (y + xy^2)\,dx + (x - x^2y)\,dy.$$

Calcolare $d\alpha$*.*

Esercizio 35 (Appello 2, Giugno-Luglio 2021). *Per quali valori del parametro* $a \in \mathbb{R}$ *la forma differenziale*

$$\alpha = \frac{ay + x}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{x + y}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa? Per i valori trovati calcolare $\int_\gamma \alpha$*, dove* γ *è la curva*

$$\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2\ , \qquad \gamma(t) = \big(\cos(2t)\,,\,\sin(2t)\big).$$

Esercizio 36 (Appello 1, Giugno-Luglio 2021). *Siano*

$$a : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\ , \qquad b : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \qquad e \qquad b : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$$

tre funzioni C^∞*. Consideriamo la* 1*-forma.*

$$\alpha = a(x,y,z)\,dx + b(x,y,z)\,dy + c(x,y,z)\,dz\,.$$

(1) Diciamo che la forma α è chiusa, se:

(2) In termini delle funzioni a, b e c, questo si traduce nel seguente sistema:

(3) Diciamo, invece, che la 1-forma è esatta, se esiste una funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tale che:

Esercizio 37 (Appello 1, Giugno-Luglio 2021)**.** *Consideriamo la forma differenziale*

$$\alpha = (xy + 3x - y^2)\, dx + (x + x^2 + y^3)\, dy.$$

Calcolare $d\alpha$.

Esercizio 38 (Gennaio 2021)**.** *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $e^x\, dx + \sin(y)\, dy$
(b) $e^x\, dx + e^{xy}\, dy$
(c) $e^x\, dx + e^{2y}\, dy$
(d) $e^y\, dx + xe^y\, dy$
(e) $xe^y\, dx + ye^x\, dy$

Esercizio 39 (Gennaio 2021)**.** *Quali delle seguenti forme differenziali sono chiuse?*

(a) $e^x\, dx + \sin(x)\, dy$
(b) $e^y\, dx + e^x\, dy$
(c) $e^x\, dx + e^{2y}\, dy$
(d) $xe^y\, dx + e^y\, dy$
(e) $cos(y)\, dx + e^x\, dy$

Esercizi dai quiz 2021

Esercizio 40. *La forma differenziale*

$$\frac{-e^y}{x^2 + e^{2y}}\, dx + \frac{xe^y}{x^2 + e^{2y}}\, dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 41. *La forma differenziale*

$$\frac{-e^{-y}}{x^2 + e^{-2y}}\, dx + \frac{xe^{-y}}{x^2 + e^{-2y}}\, dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 42. *La forma differenziale*

$$\frac{e^{-y}}{x^2 + e^{-2y}}\, dx + \frac{xe^{-y}}{x^2 + e^{-2y}}\, dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 43. *La forma differenziale*

$$(2x + x^2 + 2y)e^{x+2y}\,dx + (2 + 2x^2 + 4y)e^{x+2y}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 44. *La forma differenziale*

$$(2x + x^2 + 2y)e^{x+2y}\,dx + (1 + x^2 + 2y)e^{x+2y}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 45. *La forma differenziale*

$$\frac{-y}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{x}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 46. *La forma differenziale*

$$\frac{-x}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{y}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 47. *La forma differenziale*

$$\frac{x}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{y}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 48. *La forma differenziale*

$$\frac{y}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{x}{x^2 + y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 49. *La forma differenziale*

$$y(1 + x)e^{x-y}\,dx + x(1 - y)e^{x-y}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 50. *La forma differenziale*

$$y(1 + x)e^{x-y}\,dx - x(1 + y)e^{x-y}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 51. *La forma differenziale*

$$y(2x + 1)e^{2x-y}\,dx - x(y - 1)e^{2x-y}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 52. *La forma differenziale*

$$2y(x+1)e^{2x-y}\,dx - x(y-1)e^{2x-y}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 53. *La forma differenziale*

$$\frac{2\sqrt{y}}{x^2}\,dx + \frac{1}{x\sqrt{y}}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 54. *La forma differenziale*

$$xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 55. *La forma differenziale*

$$2xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 56. *La forma differenziale*

$$3xy\,dx + (x^2+y^2)\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 57. *La forma differenziale*

$$\frac{y}{3x^2+y^2}\,dx + \frac{x}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 58. *La forma differenziale*

$$\frac{-y}{3x^2+y^2}\,dx + \frac{x}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 59. *La forma differenziale*

$$\frac{-3y}{3x^2+y^2}\,dx + \frac{x}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 60. *La forma differenziale*

$$\frac{x}{3x^2+y^2}\,dx + \frac{y}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*

(b) * *FALSO*

Esercizio 61. *La forma differenziale*

$$\frac{3x}{3x^2+y^2}\,dx+\frac{y}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) * *VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 62. *La forma differenziale*

$$\frac{-x}{3x^2+y^2}\,dx+\frac{y}{3x^2+y^2}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 63. *La forma differenziale*

$$x\,d(xy)+x^2\,d(y^2)$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 64. *La forma differenziale*

$$e^{ay}\,dx+xe^{ay}\,dy$$

è chiusa se e solo se $a=2$.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 65. *La forma differenziale*

$$e^{ay}\,dx+xe^{ay}\,dy$$

è chiusa se e solo se $a=0$.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 66. *La forma differenziale*

$$e^{ay}\,dx+xe^{ay}\,dy$$

è chiusa se e solo se $a=1$.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 67. *La forma differenziale*

$$e^{ax}\cos(by)\,dx+e^{ax}\sin(by)\,dy$$

è chiusa se e solo se $a+b=0$.

(a) * *VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 68. *La forma differenziale*

$$-e^{ax}\cos(by)\,dx+e^{ax}\sin(by)\,dy$$

è chiusa se e solo se $a+b=0$.

(a) *VERO*
(b) * *FALSO*

Esercizio 69. *La forma differenziale*

$$(2x+x^2)e^y\,dx+(x+xy+x^2)e^y\,dy$$

è chiusa.

(a) * *VERO*

(b) *FALSO*

Esercizio 70. *La forma differenziale*

$$(2x-y)e^y\,dx + (x - xy + x^2)e^y\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 71. *La forma differenziale*

$$(-3y^2 + xy + 1)e^{xy}\,dx + (x^2 - 3xy - 3)e^{xy}\,dy$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 72. *La forma differenziale*

$$(-3y^2 + xy + 1)e^{xy}\,dx + (x^2 - 3xy - 1)e^{xy}\,dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 73. *La forma differenziale*

$$\alpha = \frac{-y^2x}{x^4+y^4}dx + \frac{x^2y}{x^4+y^4}dy.$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 74. *La forma differenziale*

$$\alpha = \frac{-y^2}{x^4+y^4}dx + \frac{x^2}{x^4+y^4}dy.$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 75. *La forma differenziale*

$$\frac{-y}{x+y}dx + \frac{x}{x+y}dy$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 76. *La forma differenziale*

$$\frac{-y^2}{x^2+y^4}dx + \frac{xy}{x^2+y^4}dy.$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 77. *La forma differenziale*

$$\frac{-y^2}{x^2+y^4}dx + \frac{2xy}{x^2+y^4}dy.$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 78. *La forma differenziale*

$$\frac{-\sin y}{x^2+(\sin y)^2}dx+\frac{x\cos y}{x^2+(\sin y)^2}dy.$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*

Esercizio 79. *La forma differenziale*

$$\frac{-\cos y}{x^2+(\sin y)^2}dx+\frac{x\sin y}{x^2+(\sin y)^2}dy.$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 80. *La forma differenziale*

$$\frac{-\cos y}{x^2+(\cos y)^2}dx+\frac{x\sin y}{x^2+(\cos y)^2}dy.$$

è chiusa.

(a) *VERO*
(b) ** FALSO*

Esercizio 81. *La forma differenziale*

$$\frac{\cos y}{x^2+(\cos y)^2}dx+\frac{x\sin y}{x^2+(\cos y)^2}dy.$$

è chiusa.

(a) ** VERO*
(b) *FALSO*