UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Nome __________ **Cognome** __________ **Matricola** ______

1. Risolvere $\begin{cases} 3x - 8y = 5 \\ 2x - 5y = 4. \end{cases}$

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 \end{cases}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} x = -7 \\ y = -4 \end{cases}$ $\boxed{\text{E}}$ $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$

2. Se $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$, $\mathcal{C} = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, allora $[v]_{\mathcal{C}} = \ldots$

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 16 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{E}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

3. $\frac{(4-i)^2}{1-4i} = \ldots$

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{17}(47 + 52i)$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{13}(47 - 26i)$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{1}{17}(47 - 26i)$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{1}{13}(47 + 52i)$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{1}{17}(47 + 13i)$

4. Dati in $\{z \in \mathbb{C}^8 : \ iz_1 + z_5 + (1+3i)z_8 = 0\}$ tredici vettori che lo generano, quanti bisogna scartarne per avere una base?

$\boxed{\text{A}}$ 7 $\boxed{\text{B}}$ 6 $\boxed{\text{C}}$ 4 $\boxed{\text{D}}$ 0 $\boxed{\text{E}}$ 5

5. Calcolare la norma di $\begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{23} \\ 3 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\text{A}}$ 5 $\boxed{\text{B}}$ 6 $\boxed{\text{C}}$ 7 $\boxed{\text{D}}$ 8 $\boxed{\text{E}}$ 9

6. Date $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ e $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y \\ x+2y \end{pmatrix}$ trovare $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$.

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

7. Trovare la matrice della forma quadratica $q(x,y) = 5x^2 - 6xy + y^2 + 8x - 4y + 3$.

A $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 5 & -6 & 8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 5/2 & -3 & 4 \\ -3 & 1/2 & -2 \\ 4 & -2 & 3/2 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 5 & -6 & \\ -6 & 1 & -4 \\ 8 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

8. Se $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^{11}$ è lineare iniettiva e $X \subset \mathbb{R}^{11}$ è un sottospazio tale che $X + \mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}^{11}$, che dimensione può avere X?

A Tra 5 e 10 B Tra 6 e 10 C Tra 5 e 11 D Tra 6 e 11 E Tra 5 e 6

9. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

A -4 B 5 C 11 D -9 E -3

10. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$.

A $2, -6$ B $3, -7$ C $8, -3$ D $7, -2$ E $5, -1$

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato a 45 minuti dall'inizio della prova. In questo tempo non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

Le risposte consegnate vanno trascritte sull'apposito foglio fornito e conservate.

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♢

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & k+1 & k \\ 3k & 1 & -3k \\ -1-2k & k+1 & 3k+1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Provare che $\det(A) = 2k^2 + k$.

(B) (3 punti) Sapendo che $p_A(2) = 2k^2 - 5k + 2$ determinare $p_A(t)$.

(C) (3 punti) Sapendo che A ha sempre l'autovalore k trovare gli altri due.

(D) (3 punti) Al variare di k determinare le molteplicità algebriche degli autovalori di A.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A non è diagonalizzabile.

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio affine

$$F = \begin{pmatrix} 5 \\ k \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} -k \\ 2-2k \\ k+4 \\ k-2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k+2 \\ k+5 \\ -3k \\ k-7 \end{pmatrix} \right).$$

(A) (5 punti) Trovare il valore k_0 di k per il quale F non ha dimensione 2, e dire che dimensione ha.

(B) (5 punti) Trovare equazioni cartesiane di F per $k = -3$ e per $k = k_0$.

(C) (5 punti) Determinare la posizione reciproca di F per $k = -3$ e del sottospazio

$$E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right).$$

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Promemoria delle risposte fornite ai quesiti (da compilare e conservare)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♢

Risposte

2. ♠ 5. ♢

1. E

2. A

3. A

4. B

5. B

6. B

7. A

8. D

9. E

10. B

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♢

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

Soluzioni

1.

(A) Sostituendo la terza colonna con sé stessa più la prima e poi la terza riga con sé stessa meno la prima si conclude immediatamente

(B) $t^3 - (3k+2)t^2 + (2k^2+4k+1)t - (2k^2+k)$

(C) 1 e $2k+1$

(D) Per k diverso da -1, 0, 1: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(k) = 1$, m.a.$(2k+1) = 1$
Per $k = -1$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(-1) = 2$
Per $k = 0$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(0) = 1$
Per $k = 1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(3) = 1$

(E) $k = -1$, $k = 1$

2.

(A) $k_0 = 4$; dimensione 1

(B) $\begin{cases} 5x - 2y + z = 28 \\ y + 2z + 2w = -7 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x + 2w = 7 \\ y + 3w = 7 \\ z - 4w = -7 \end{cases}$

(C) Sono disgiunti ma le giaciture hanno in comune la retta generata da $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Nome ____________ Cognome ____________ Matricola ______

1. Date $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ e $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y \\ x+2y \end{pmatrix}$ trovare $[f]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}$.

[A] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ [B] $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ [C] $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ [D] $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ [E] $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$.

[A] $2,\ -6$ [B] $3,\ -7$ [C] $8,\ -3$ [D] $7,\ -2$ [E] $9,\ -4$

3. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

[A] -4 [B] 5 [C] 11 [D] -9 [E] -7

4. Trovare la matrice della forma quadratica $q(x,y) = 5x^2 - 6xy + y^2 + 8x - 4y + 3$.

[A] $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ [B] $\begin{pmatrix} 5 & -6 & 8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

[C] $\begin{pmatrix} 5/2 & -3 & 4 \\ -3 & 1/2 & -2 \\ 4 & -2 & 3/2 \end{pmatrix}$ [D] $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ [E] $\begin{pmatrix} 5 & -6 & \\ -6 & 1 & -4 \\ 8 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

5. $\frac{(3-2i)^2}{2-3i} = \ldots$

[A] $\frac{1}{17}(23-9i)$ [B] $\frac{1}{13}(23+9i)$ [C] $\frac{1}{17}(46+9i)$ [D] $\frac{1}{13}(46-9i)$ [E] $\frac{1}{13}(46+18i)$

6. Risolvere $\begin{cases} 3x + 7y = -6 \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$

[A] $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ [B] $\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$ [C] $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 \end{cases}$ [D] $\begin{cases} x = -7 \\ y = -4 \end{cases}$ [E] $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$

7. Calcolare la norma di $\begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{5} \\ 5 \end{pmatrix}$.

[A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

8. Dati in $\{z \in \mathbb{C}^7 : \ iz_3 - z_5 + (1+2i)z_6 = 0\}$ due vettori linearmente indipendenti, quanti bisogna aggiungerne per avere una base?

[A] 0 [B] 3 [C] 4 [D] 6 [E] 7

9. Se $f : \mathbb{R}^{12} \to \mathbb{R}^5$ è lineare surgettiva e $X \subset \mathbb{R}^{12}$ è un sottospazio tale che $X \cap \mathrm{Ker}(f) = \{0\}$, che dimensione può avere X?

[A] 5 [B] Tra 0 e 5 [C] 7 [D] Tra 7 e 12 [E] Tra 5 e 7

10. Se $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right)$, $\mathcal{C} = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, allora $[v]_{\mathcal{C}} = \ldots$

[A] $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ [B] $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ [C] $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ [D] $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ [E] $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato a 45 minuti dall'inizio della prova. In questo tempo non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

Le risposte consegnate vanno trascritte sull'apposito foglio fornito e conservate.

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♢ 5. ♣

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio affine

$$F = \begin{pmatrix} 7 \\ k \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} k-1 \\ k+9 \\ k+1 \\ 1-3k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3-k \\ k-6 \\ -k \\ 4k-3 \end{pmatrix} \right).$$

(A) (5 punti) Trovare il valore k_0 di k per il quale F non ha dimensione 2, e dire che dimensione ha.

(B) (5 punti) Trovare equazioni cartesiane di F per $k = 2$ e per $k = k_0$.

(C) (5 punti) Determinare la posizione reciproca di F per $k = 2$ e del sottospazio

$$E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & k+1 & k \\ 3k & 1 & -3k \\ -1-2k & k+1 & 3k+1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Provare che $\det(A) = 2k^2 + k$.

(B) (3 punti) Sapendo che $p_A(2) = 2k^2 - 5k + 2$ determinare $p_A(t)$.

(C) (3 punti) Sapendo che A ha sempre l'autovalore k trovare gli altri due.

(D) (3 punti) Al variare di k determinare le molteplicità algebriche degli autovalori di A.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A non è diagonalizzabile.

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti, la cancelleria, il quaderno degli appunti e un libro di testo. Le soluzioni vanno scritte sui fogli protocollo, intestati con nome, cognome e numero di matricola. Si può uscire solo in casi eccezionali. Il tempo a disposizione è di due ore. La brutta non va consegnata, questo foglio sì. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Promemoria delle risposte fornite ai quesiti (da compilare e conservare)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♢ 5. ♣

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Risposte

2. ♠ 5. ♣

1. B

2. C

3. C

4. A

5. D

6. B

7. C

8. C

9. B

10. D

1. ♣ 2. ♠ 3. ♠ 4. ♢ 5. ♣

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

Soluzioni

1.

(A) $k_0 = -3$; dimensione 1

(B) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ -y + 7z + 2w = -3 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x - 2z = 5 \\ y + 3z = 0 \\ 5z + w = 8 \end{cases}$

(C) Sono disgiunti ma le giaciture hanno in comune la retta generata da $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

2.

(A) Sostituendo la terza colonna con sé stessa più la prima e poi la terza riga con sé stessa meno la prima si conclude immediatamente

(B) $t^3 - (3k+2)t^2 + (2k^2+4k+1)t - (2k^2+k)$

(C) 1 e $2k+1$

(D) Per k diverso da -1, 0, 1: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(k) = 1$, m.a.$(2k+1) = 1$
Per $k = -1$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(-1) = 2$
Per $k = 0$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(0) = 1$
Per $k = 1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(3) = 1$

(E) $k = -1$, $k = 1$

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Nome ____________ Cognome ____________ Matricola ______

1. Dati in $\{z \in \mathbb{C}^7 : \ iz_3 - z_5 + (1+2i)z_6 = 0\}$ due vettori linearmente indipendenti, quanti bisogna aggiungerne per avere una base?

[A] 0 [B] 3 [C] 4 [D] 6 [E] 7

2. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

[A] -4 [B] 5 [C] 11 [D] -9 [E] -3

3. Date $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ e $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x+y \\ -x+2y \end{pmatrix}$ trovare $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$.

[A] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ [B] $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ [C] $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ [D] $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ [E] $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

4. $\frac{(3-2i)^2}{2-3i} = \ldots$

[A] $\frac{1}{17}(23-9i)$ [B] $\frac{1}{13}(23+9i)$ [C] $\frac{1}{17}(46+9i)$ [D] $\frac{1}{13}(46-9i)$ [E] $\frac{1}{13}(46+18i)$

5. Se $f : \mathbb{R}^{12} \to \mathbb{R}^5$ è lineare surgettiva e $X \subset \mathbb{R}^{12}$ è un sottospazio tale che $X \cap \mathrm{Ker}(f) = \{0\}$, che dimensione può avere X?

[A] 5 [B] Tra 0 e 5 [C] 7 [D] Tra 7 e 12 [E] Tra 5 e 7

6. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\text{A}}$ 2, −6 $\boxed{\text{B}}$ 3, −7 $\boxed{\text{C}}$ 8, −3 $\boxed{\text{D}}$ 7, −2 $\boxed{\text{E}}$ 5, −1

7. Calcolare la norma di $\begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{23} \\ 3 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\text{A}}$ 5 $\boxed{\text{B}}$ 6 $\boxed{\text{C}}$ 7 $\boxed{\text{D}}$ 8 $\boxed{\text{E}}$ 9

8. Se $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$, $\mathcal{C} = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, allora $[v]_{\mathcal{C}} = \ldots$

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 16 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{E}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

9. Trovare la matrice della forma quadratica $q(x, y) = 3x^2 - xy + 2y^2 + 4x - 2y + 7$.

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ 1 & -1/2 & 7/2 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{E}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 2 \\ -1/2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

10. Risolvere $\begin{cases} 3x + 7y = -6 \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 \end{cases}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} x = -7 \\ y = -4 \end{cases}$ $\boxed{\text{E}}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ◇

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & k-1 & k-2 \\ 3k+2 & 1 & -3k-2 \\ -2k-1 & k-1 & 3k+1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Provare che $\det(A) = 2k^2 + 3k$.

(B) (3 punti) Sapendo che $p_A(2) = 2k^2 - 3k - 2$ determinare $p_A(t)$.

(C) (3 punti) Sapendo che A ha sempre l'autovalore k trovare gli altri due.

(D) (3 punti) Al variare di k determinare le molteplicità algebriche degli autovalori di A.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A non è diagonalizzabile.

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio affine

$$F = \begin{pmatrix} 7 \\ k \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} k-1 \\ k+9 \\ k+1 \\ 1-3k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3-k \\ k-6 \\ -k \\ 4k-3 \end{pmatrix} \right).$$

(A) (5 punti) Trovare il valore k_0 di k per il quale F non ha dimensione 2, e dire che dimensione ha.

(B) (5 punti) Trovare equazioni cartesiane di F per $k = 2$ e per $k = k_0$.

(C) (5 punti) Determinare la posizione reciproca di F per $k = 2$ e del sottospazio

$$E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti, la cancelleria, il quaderno degli appunti e un libro di testo. Le soluzioni vanno scritte sui fogli protocollo, intestati con nome, cognome e numero di matricola. Si può uscire solo in casi eccezionali. Il tempo a disposizione è di due ore. La brutta non va consegnata, questo foglio sì. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Promemoria delle risposte fornite ai quesiti (da compilare e conservare)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♢

Risposte

2. ♡ 5. ♢

1. C

2. E

3. A

4. D

5. B

6. B

7. B

8. A

9. E

10. B

Soluzioni

1.

(A) Sostituendo la terza colonna con sé stessa più la prima e poi la terza riga con sé stessa meno la prima si conclude immediatamente

(B) $t^3 - (3k+4)t^2 + (2k^2+6k+3)t - (2k^2+3k)$

(C) 1 e $2k+3$

(D) Per k diverso da -3, -1, 1: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(k) = 1$, m.a.$(2k+3) = 1$
Per $k = -3$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(-3) = 2$
Per $k = -1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(-1) = 1$
Per $k = 1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(5) = 1$

(E) $k = -1$, $k = -3$

2.

(A) $k_0 = -3$; dimensione 1

(B) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ -y + 7z + 2w = -3 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x - 2z = 5 \\ y + 3z = 0 \\ 5z + w = 8 \end{cases}$

(C) Sono disgiunti ma le giaciture hanno in comune la retta generata da $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Nome ____________ Cognome ____________ Matricola ______

1. Dati in $\{z \in \mathbb{C}^8 : \ iz_1 + z_5 + (1+3i)z_8 = 0\}$ tredici vettori che lo generano, quanti bisogna scartarne per avere una base?

[A] 7 [B] 6 [C] 4 [D] 0 [E] 5

2. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

[A] -4 [B] 5 [C] 11 [D] -9 [E] -7

3. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$.

[A] $2, \ -6$ [B] $3, \ -7$ [C] $8, \ -3$ [D] $7, \ -2$ [E] $9, \ -4$

4. Se $f : \mathbb{R}^{12} \to \mathbb{R}^5$ è lineare surgettiva e $X \subset \mathbb{R}^{12}$ è un sottospazio tale che $X \cap \mathrm{Ker}(f) = \{0\}$, che dimensione può avere X?

[A] 5 [B] Tra 0 e 5 [C] 7 [D] Tra 7 e 12 [E] Tra 5 e 7

5. Calcolare la norma di $\begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{5} \\ 5 \end{pmatrix}$.

[A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

6. Trovare la matrice della forma quadratica $q(x,y) = 3x^2 - xy + 2y^2 + 4x - 2y + 7$.

$\boxed{A}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{B}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\boxed{C}\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ 1 & -1/2 & 7/2 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{D}\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{E}\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 2 \\ -1/2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

7. Se $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}\right)$, $\mathcal{C} = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, allora $[v]_{\mathcal{C}} = \dots$

$\boxed{A}\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{B}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{C}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{D}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{E}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

8. Risolvere $\begin{cases} 3x - 8y = 5 \\ 2x - 5y = 4. \end{cases}$

$\boxed{A}\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ $\quad\boxed{B}\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$ $\quad\boxed{C}\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 \end{cases}$ $\quad\boxed{D}\begin{cases} x = -7 \\ y = -4 \end{cases}$ $\quad\boxed{E}\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$

9. $\frac{(4-i)^2}{1-4i} = \dots$

$\boxed{A}$ $\frac{1}{17}(47 + 52i)$ $\quad\boxed{B}$ $\frac{1}{13}(47 - 26i)$ $\quad\boxed{C}$ $\frac{1}{17}(47 - 26i)$ $\quad\boxed{D}$ $\frac{1}{13}(47 + 52i)$ $\quad\boxed{E}$ $\frac{1}{17}(47 + 13i)$

10. Date $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ e $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3y \\ x + 2y \end{pmatrix}$ trovare $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$.

$\boxed{A}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{B}\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{C}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{D}\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad\boxed{E}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

1. ♠ 2. ♣ 3. ♡ 4. ◇ 5. ♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio affine

$$F = \begin{pmatrix} 7 \\ k \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} k-1 \\ k+9 \\ k+1 \\ 1-3k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3-k \\ k-6 \\ -k \\ 4k-3 \end{pmatrix}\right).$$

(A) (5 punti) Trovare il valore k_0 di k per il quale F non ha dimensione 2, e dire che dimensione ha.

(B) (5 punti) Trovare equazioni cartesiane di F per $k = 2$ e per $k = k_0$.

(C) (5 punti) Determinare la posizione reciproca di F per $k = 2$ e del sottospazio

$$E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right).$$

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & k+1 & k \\ 3k & 1 & -3k \\ -1-2k & k+1 & 3k+1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Provare che $\det(A) = 2k^2 + k$.

(B) (3 punti) Sapendo che $p_A(2) = 2k^2 - 5k + 2$ determinare $p_A(t)$.

(C) (3 punti) Sapendo che A ha sempre l'autovalore k trovare gli altri due.

(D) (3 punti) Al variare di k determinare le molteplicità algebriche degli autovalori di A.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A non è diagonalizzabile.

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti, la cancelleria, il quaderno degli appunti e un libro di testo. Le soluzioni vanno scritte sui fogli protocollo, intestati con nome, cognome e numero di matricola. Si può uscire solo in casi eccezionali. Il tempo a disposizione è di due ore. La brutta non va consegnata, questo foglio sì. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Promemoria delle risposte fornite ai quesiti (da compilare e conservare)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1. ♠ 2. ♣ 3. ♡ 4. ♢ 5. ♡

Risposte

2. ♣ 5. ♡

1. B

2. C

3. C

4. B

5. C

6. E

7. D

8. E

9. A

10. B

Soluzioni

1.

(A) $k_0 = -3$; dimensione 1

(B) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ -y + 7z + 2w = -3 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x - 2z = 5 \\ y + 3z = 0 \\ 5z + w = 8 \end{cases}$

(C) Sono disgiunti ma le giaciture hanno in comune la retta generata da $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

2.

(A) Sostituendo la terza colonna con sé stessa più la prima e poi la terza riga con sé stessa meno la prima si conclude immediatamente

(B) $t^3 - (3k+2)t^2 + (2k^2 + 4k + 1)t - (2k^2 + k)$

(C) 1 e $2k + 1$

(D) Per k diverso da -1, 0, 1: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(k) = 1$, m.a.$(2k+1) = 1$
Per $k = -1$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(-1) = 2$
Per $k = 0$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(0) = 1$
Per $k = 1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(3) = 1$

(E) $k = -1$, $k = 1$

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Nome ________ **Cognome** ________ **Matricola** ______

1. Risolvere $\begin{cases} 3x+7y=-6 \\ 2x+3y=1. \end{cases}$

A $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$ B $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$ C $\begin{cases} x=6 \\ y=11 \end{cases}$ D $\begin{cases} x=-7 \\ y=-4 \end{cases}$ E $\begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$

2. Trovare la matrice della forma quadratica $q(x,y)=3x^2-xy+2y^2+4x-2y+7$.

A $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ 1 & -1/2 & 7/2 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 3 & -1/2 & 2 \\ -1/2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

3. Date $\mathcal{B}=\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ e $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3x+y \\ -x+2y \end{pmatrix}$ trovare $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$.

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

4. Se $\mathcal{B}=\left(\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$, $\mathcal{C}=\left(\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$ e $[v]_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, allora $[v]_{\mathcal{C}}=\dots$

A $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 16 \\ -7 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

5. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$.

A $2,\ -6$ B $3,\ -7$ C $8,\ -3$ D $7,\ -2$ E $5,\ -1$

6. Dati in $\{z \in \mathbb{C}^8 : \; iz_1 + z_5 + (1+3i)z_8 = 0\}$ tredici vettori che lo generano, quanti bisogna scartarne per avere una base?

[A] 7 [B] 6 [C] 4 [D] 0 [E] 5

7. $\frac{(3-2i)^2}{2-3i} = \ldots$

[A] $\frac{1}{17}(23-9i)$ [B] $\frac{1}{13}(23+9i)$ [C] $\frac{1}{17}(46+9i)$ [D] $\frac{1}{13}(46-9i)$ [E] $\frac{1}{13}(46+18i)$

8. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

[A] -4 [B] 5 [C] 11 [D] -9 [E] -3

9. Calcolare la norma di $\begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{23} \\ 3 \end{pmatrix}$.

[A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

10. Se $f : \mathbb{R}^{12} \to \mathbb{R}^5$ è lineare surgettiva e $X \subset \mathbb{R}^{12}$ è un sottospazio tale che $X \cap \mathrm{Ker}(f) = \{0\}$, che dimensione può avere X?

[A] 5 [B] Tra 0 e 5 [C] 7 [D] Tra 7 e 12 [E] Tra 5 e 7

---

1. ♣ 2. ♣ 3. ♡ 4. ♢ 5. ♣

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Esercizî

1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio affine

$$F = \begin{pmatrix} 5 \\ k \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \text{Span}\left(\begin{pmatrix} -k \\ 2-2k \\ k+4 \\ k-2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k+2 \\ k+5 \\ -3k \\ k-7 \end{pmatrix} \right).$$

(A) (5 punti) Trovare il valore k_0 di k per il quale F non ha dimensione 2, e dire che dimensione ha.

(B) (5 punti) Trovare equazioni cartesiane di F per $k = -3$ e per $k = k_0$.

(C) (5 punti) Determinare la posizione reciproca di F per $k = -3$ e del sottospazio

$$E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right).$$

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & k-1 & k-2 \\ 3k+2 & 1 & -3k-2 \\ -2k-1 & k-1 & 3k+1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Provare che $\det(A) = 2k^2 + 3k$.

(B) (3 punti) Sapendo che $p_A(2) = 2k^2 - 3k - 2$ determinare $p_A(t)$.

(C) (3 punti) Sapendo che A ha sempre l'autovalore k trovare gli altri due.

(D) (3 punti) Al variare di k determinare le molteplicità algebriche degli autovalori di A.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A non è diagonalizzabile.

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Promemoria delle risposte fornite ai quesiti (da compilare e conservare)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1. ♣ 2. ♣ 3. ♡ 4. ♢ 5. ♣

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica

Algebra Lineare — Scritto del 7/7/16 — Quesiti

Risposte

2. ♣ 5. ♣

1. B

2. E

3. A

4. A

5. B

6. B

7. D

8. E

9. B

10. B

1. ♣ 2. ♣ 3. ♡ 4. ◇ 5. ♣

Soluzioni

1.

(A) $k_0 = 4$; dimensione 1

(B) $\begin{cases} 5x - 2y + z = 28 \\ y + 2z + 2w = -7 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x + 2w = 7 \\ y + 3w = 7 \\ z - 4w = -7 \end{cases}$

(C) Sono disgiunti ma le giaciture hanno in comune la retta generata da $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

2.

(A) Sostituendo la terza colonna con sé stessa più la prima e poi la terza riga con sé stessa meno la prima si conclude immediatamente

(B) $t^3 - (3k+4)t^2 + (2k^2 + 6k + 3)t - (2k^2 + 3k)$

(C) 1 e $2k + 3$

(D) Per k diverso da $-3, -1, 1$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(k) = 1$, m.a.$(2k+3) = 1$
Per $k = -3$: m.a.$(1) = 1$, m.a.$(-3) = 2$
Per $k = -1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(-1) = 1$
Per $k = 1$: m.a.$(1) = 2$, m.a.$(5) = 1$

(E) $k = -1$, $k = -3$