

Lezione n.1, 5 marzo 2008

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

Prima parte

- L'insegnante come agente decisionale
- L'approccio all'errore (epistemologia e pedagogia dell'errore)
- Errori e *problemi*:
 - Che cos'è un problema
 - Le abilità metacognitive
- L'apprendimento come attività costruttiva:
 1. I misconcetti e i modelli primitivi
 2. La pragmatica
 3. Pensiero logico / pensiero narrativo
 4. Le convinzioni
 5. Le emozioni
 6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

Attività 1:

Che tipo di ragazzo è Federico?

Che tipo di ragazzo è Federico? (Franta e Colasanti, 1995)

Federico entra in classe e si dirige subito al suo posto. Si siede, tira fuori dallo zainetto penne e quaderni e inizia a ripassare le lezioni. I compagni lo invitano a giocare, ma si rifiuta dicendo che deve studiare. All'arrivo dell'insegnante Federico si alza, le sorride, quindi torna a sedersi.

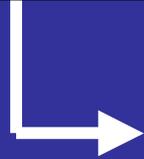
Secondo lei, che tipo di ragazzo è Federico?

1: per niente 2: un po' 3: non so 4: abbastanza 5: molto

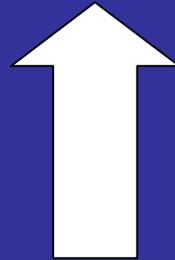
• Responsabile	1	2	3	4	5
• Secchione	1	2	3	4	5
• Diligente	1	2	3	4	5
• Socievole	1	2	3	4	5
• Studioso	1	2	3	4	5
• Indipendente	1	2	3	4	5
• Intelligente	1	2	3	4	5
• Isolato	1	2	3	4	5
• Furbo	1	2	3	4	5
• Maturo	1	2	3	4	5

Prima riflessione...

GIUDIZIO



Federico è...



OSSERVAZIONE



Federico fa...

Postman e Weingartner, 1973:

‘...noi trasferiamo i nostri sentimenti e le nostre valutazioni a oggetti al di fuori di noi. Per esempio, diciamo “John è stupido” o “Helen è vivace” come se la stupidità e la vivacità fossero delle caratteristiche di John e Helen.

Una parafrasi letterale di “John è stupido” (ovvero, il suo significato più scientifico) può essere qualcosa del tipo:

“Quando percepisco il comportamento di John, sono deluso, angustiato, frustrato o disgustato”. La proposizione che uso per esprimere le mie percezioni e valutazioni di questi fatti è “John è stupido”

*Dicendo “John è stupido”,
parliamo di noi stessi molto di più
che di John.*

*Eppure, questo fatto non si riflette per
nulla nell'affermazione.*

*L'io – il segno della partecipazione di
colui che percepisce – è stato
rimosso mediante una peculiarità
grammaticale.'*

Seconda riflessione...

GIUDIZIO

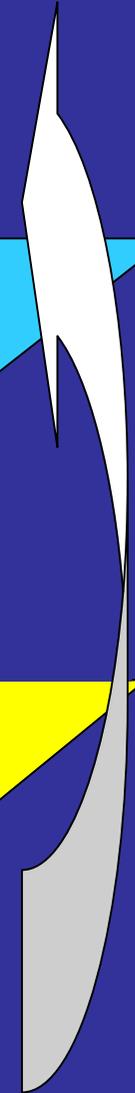
Federico è...

INTERPRETAZIONE

Federico fa così *perché*...

OSSERVAZIONE

Federico fa...



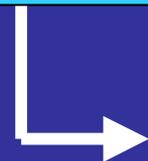
influenzata da:

- le nostre esperienze
- i nostri schemi interpretativi

mette in gioco:

- le nostre emozioni

INTERPRETAZIONE



Federico fa così *perché...*

OSSERVAZIONE



Federico fa...



Davide

OSSERVAZIONE

Davide sposta continuamente il peso del corpo da un piede all'altro.

“Davide non riesce a star fermo, è irrequieto.”

GIUDIZIO

INTERPRETAZIONE

Terza riflessione...

- Le risposte cambiano se ci pensiamo un po'
- Cioè se ci sono le condizioni (ad esempio il tempo) per attivare processi di controllo

Ma...

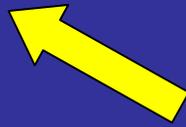
- ...a scuola spesso non abbiamo questo tempo
- in pochi secondi dobbiamo prendere decisioni

OSSERVARE

INTERPRETARE

INTERVENIRE

DECISIONI
dell'insegnante



In particolare nella pratica didattica
alcune di queste decisioni sono:

- inconsapevoli
- ma anche discutibili

Prima parte

- L'insegnante come agente decisionale
- L'approccio all'errore (epistemologia e pedagogia dell'errore)
- Errori e *problemi*:
 - Che cos'è un problema
 - Le abilità metacognitive
- L'apprendimento come attività costruttiva:
 1. I misconcetti e i modelli primitivi
 2. La pragmatica
 3. Pensiero logico / pensiero narrativo
 4. Le convinzioni
 5. Le emozioni
 6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

Una Galleria di scene di scuola quotidiana

Scena 1: Johnnie

$$437 - 284 =$$

437-

284=

253

L'insegnante: "Hai dimenticato di sottrarre 1 da 4 nella colonna delle centinaia!"

Scena 2: Scenetra

$$34 + 9 = 43$$

$$34 + 11 =$$

‘La bambina è in grado di eseguire l’algoritmo della addizione, ma *non è in grado* di mettere in relazione fatti aritmetici’

Scena 3: Luca

Luca, terza elementare, deve risolvere il problema:

Problema: Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

Perché?

- Alla prima domanda Luca risponde: *E' più facile che gli capiti all'arancia*
- Alla seconda ("Perché?"): *Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia.*

Scena 4: Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

'Divido?'

Scena 5: Alessandro...

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

Scena 6: Marco

Deve moltiplicare $x + 1$ per $x + 2$:

$$x + 1 \cdot (x + 2) =$$

$$= x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

Scena 7: Alice

Deve riconoscere in alcuni enunciati l'ipotesi e la tesi.

Sistematicamente, riconosce come ipotesi quella che invece è la tesi.

Scena 8: Martina

$$\frac{a + b}{a + c}$$

$$\frac{5 + 3}{5 + 7}$$

“Vedi? Non viene la stessa cosa... Non si può!”

$$\frac{x + y}{a + y}$$

Scena 9: Irene

Irene, prima liceo classico:

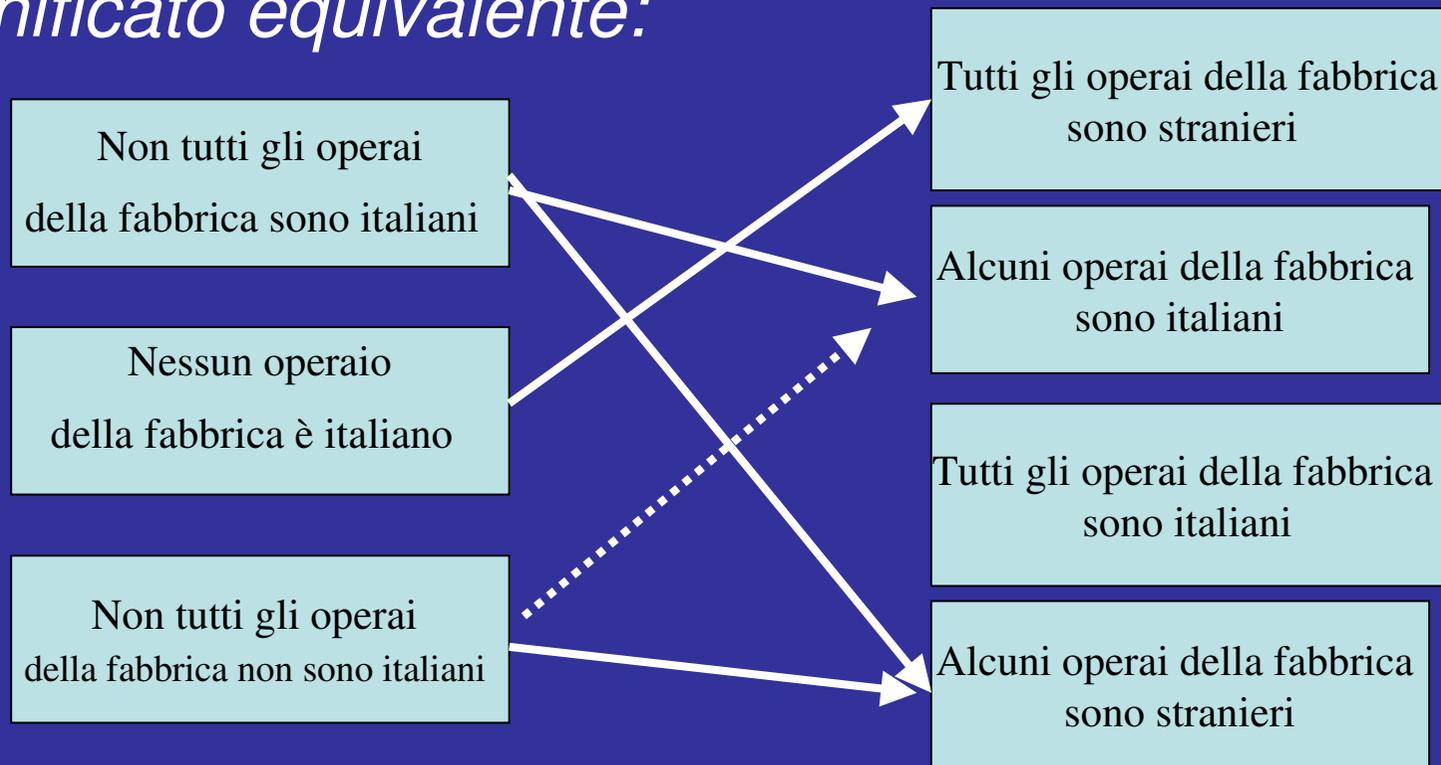
$$x^2 = 3x - 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

... e trova quindi le due soluzioni.

Scena 10: Annalisa

Collega con un tratto di penna ciascuna frase di sinistra con la frase o le frasi di destra che hanno significato equivalente:



Scena 11: Alessio

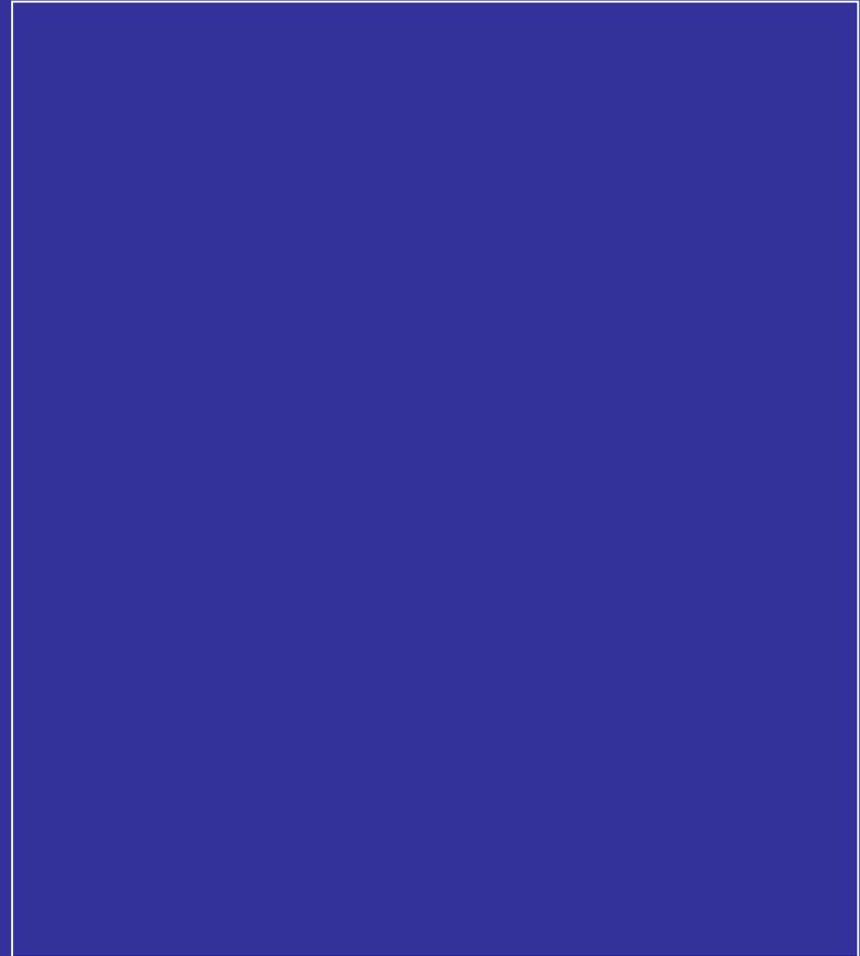
Al compito scritto di matematica Alessio, studente al quinto anno del liceo scientifico, ha 2 ore a disposizione.

Alessio affronta subito lo studio di funzione, ma lo studio gli crea dei problemi imprevisti, e quando Alessio se ne accorge le due ore sono quasi finite.

Attività 2

1. Quali fra tutte le scene ti colpiscono di più in senso negativo, cioè ti sembra che descrivano comportamenti od errori più gravi?
Perché?
2. Quali fra tutte le scene ti colpiscono di meno in senso negativo, cioè ti sembra che descrivano comportamenti od errori meno *gravi*?
Perché?

PIU' GRAVI / MENO GRAVI



1. Valutazioni diverse possono rimandare a valori diversi



Marco:

Grave perché: non padroneggia il linguaggio

Non grave perché: è *solo* un problema di linguaggio

Azzurra:

Grave perché: non ha studiato

Non grave perché: non ha studiato

2. La stessa valutazione può poggiare su argomentazioni completamente diverse



Azzurra:

Grave perché:

- Studio mnemonico non ragionato
- Mancanza di concetto di perimetro
- Dimostra che non sta ragionando ma sta rispondendo a caso
- Dimostra chiaramente di non aver studiato

3. Il giudizio poggia su un' *interpretazione* dell'errore



“Grave perché l'alunna ha imparato meccanicamente il procedimento di soluzione ma non ne ha compreso il significato”

- “Grave perché non riesce ad astrarre”
- “Grave perché non ha la più pallida idea di cosa sta facendo”

Lezione n.2, 12 marzo 2008

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

OSSERVARE

INTERPRETARE

- non ha fatto...

- non è in grado di fare

- non ha capito

- non ha studiato



la valutazione
della *gravità*
degli errori

QUANDO è stato commesso
(prima / dopo l'azione didattica)

POSSIBILI CAUSE

QUANTE VOLTE

POSSIBILI
CONSEGUENZE

QUALE LIVELLO
DI SCUOLA

IMPORTANZA
DELL'ARGOMENTO

POSSIBILITA'
DI CORREGGERLO

DIFFICOLTA'
DELL'ARGOMENTO





CONVINZIONI

EPISTEMOLOGIA

C
O
N
O
S
C
E
N
Z
E

V
A
L
O
R
I

la valutazione
della *gravità*
degli errori

EMOZIONI

VISSUTO

...dell'insegnante!

ERRORE = indicatore 'oggettivo'?

- In quale contesto è stato commesso l'errore?
- Chi ha costruito la 'verifica'?
- Chi ha stabilito gli obiettivi?
- Chi ha stabilito che l'esercizio proposto permette di riconoscere il raggiungimento degli obiettivi?
- Cosa c'è di oggettivo nei vincoli che si impongono o meno agli allievi? (tempo / numero di esercizi / uso dei testi, della calcolatrice...)

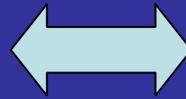
L'OGGETTIVITA' DELLA VALUTAZIONE

ASSUNZIONE DELLA RESPONSABILITÀ
DELLE PROPRIE SCELTE DIDATTICHE

L'approccio tradizionale all'errore

- L'errore va evitato 'a tutti i costi'
- L'errore impedisce la risposta corretta
- Abbassamento di richieste per evitare l'errore (schede strutturate, risposte chiuse, ecc.)
- L'esperto è visto come chi non fa errori...
- L'insegnante non deve fare errori
- L'errore è sinonimo di difficoltà

ERRORE



DIFFICOLTA'

...la paura di sbagliare

Quando vengo
interrogata, o
annunciato un
compito in cla
entro in uno s
d'ansia, le ma
iniziano a tren
vengo avvolta
paura di sbag
[Erika, 2a me

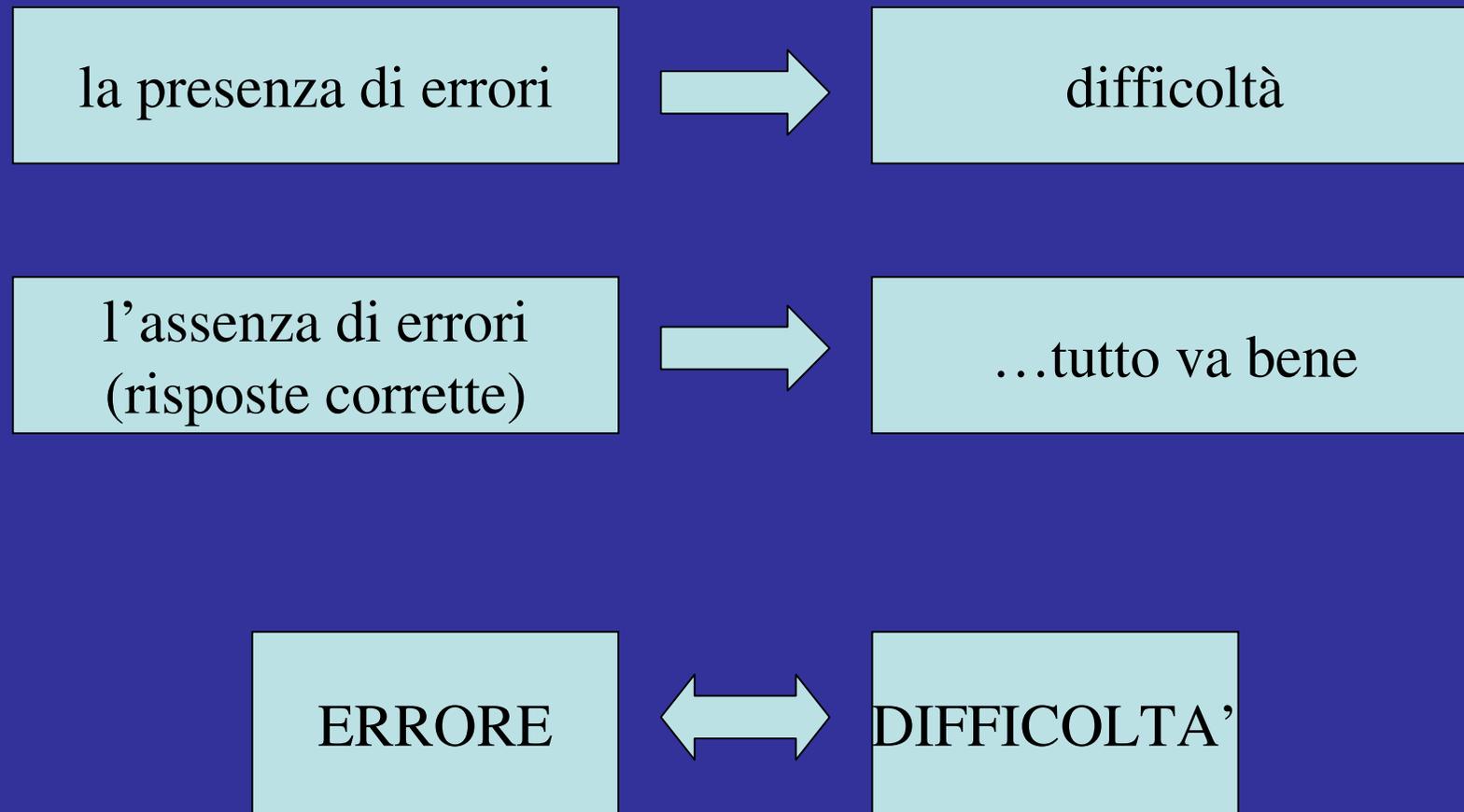
*Durante le verifiche ho
così paura di sbagliare*

*che met
portafo
Della m
volte no
niente,
compag
come G*

***“DEVO SEMPRE
CANCELARE
PER NON FARE CAPIRE
ALLA MAESTRA CHE
NO HO CANCELATO
CANCELO MOLTO BENE”
(1E)***

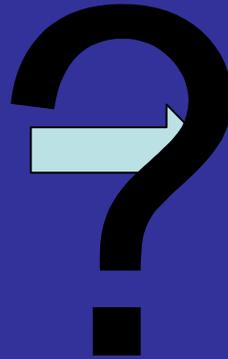
*mi torna quasi sempre
tutto. [3E.46]*

errore / difficoltà



errore / difficoltà

la presenza di errori

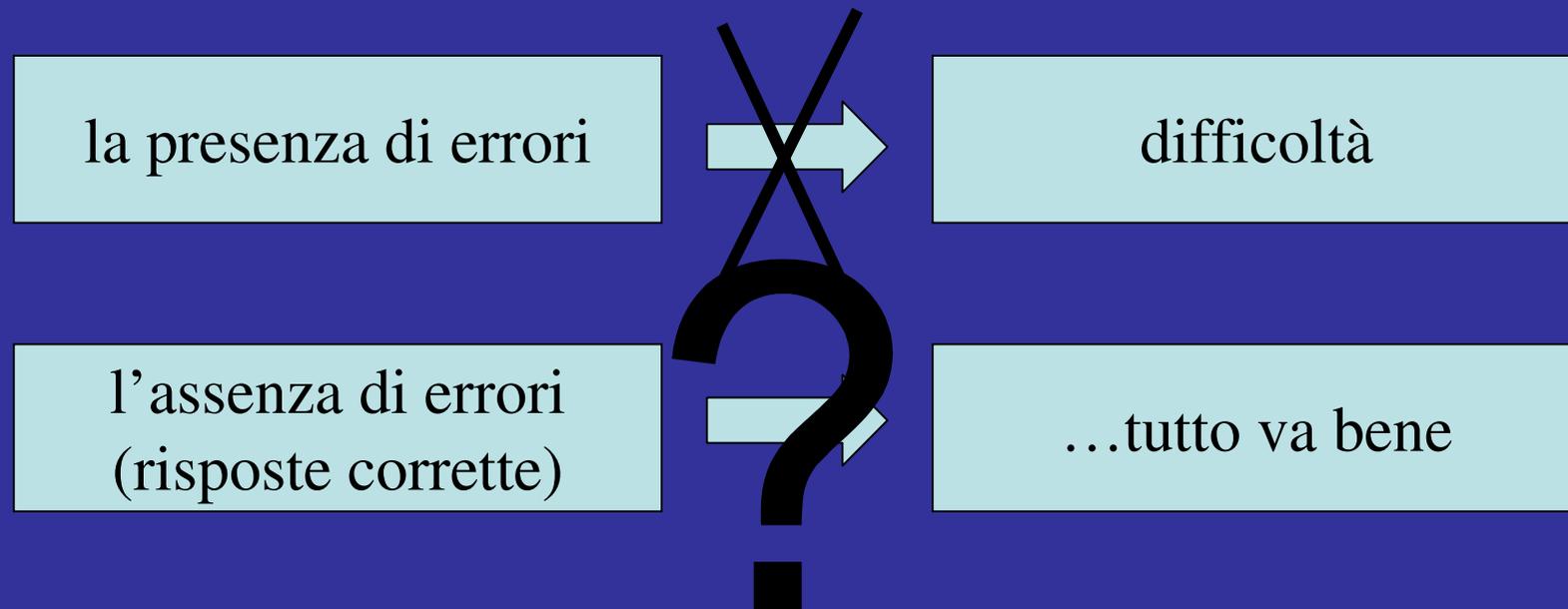


difficoltà

Popper

‘Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l’errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, *incluse quelle che sono erronee*, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi.’

errore / difficoltà



Krygowska

Questa accortezza didattica [*n.d.r.: il blocco delle occasioni di errore*] consiste nella scelta, da parte del professore abile, delle difficoltà che l'allievo incontrerà sulle vie del ragionamento in modo che l'occasione di commettere errori sia minima.

Certi manuali e certe raccolte ci offrono esempi al riguardo. Gli esercizi sono raggruppati sistematicamente, dopo che alcuni sono presentati come esempio, le istruzioni sono talmente suggestive che è difficile, anche a un alunno che capisca poco, di commettere un errore.

[Krygowska]

Un simile blocco degli errori non dà risultati positivi che apparentemente. Quello che è oscuro nel cervello dell'alunno rimane oscuro benché il segnale «errore» non si accenda.

Questo modo di procedere dà delle illusioni ai professori e agli alunni e il primo passo sulla via del verbalismo è compiuto, l'abolizione delle difficoltà non essendo equivalente alla vittoria riportata sopra di esse.'

Gardner

‘Insegnanti e studenti (...) non sono disposti ad assumersi i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri “compromessi delle risposte corrette”.

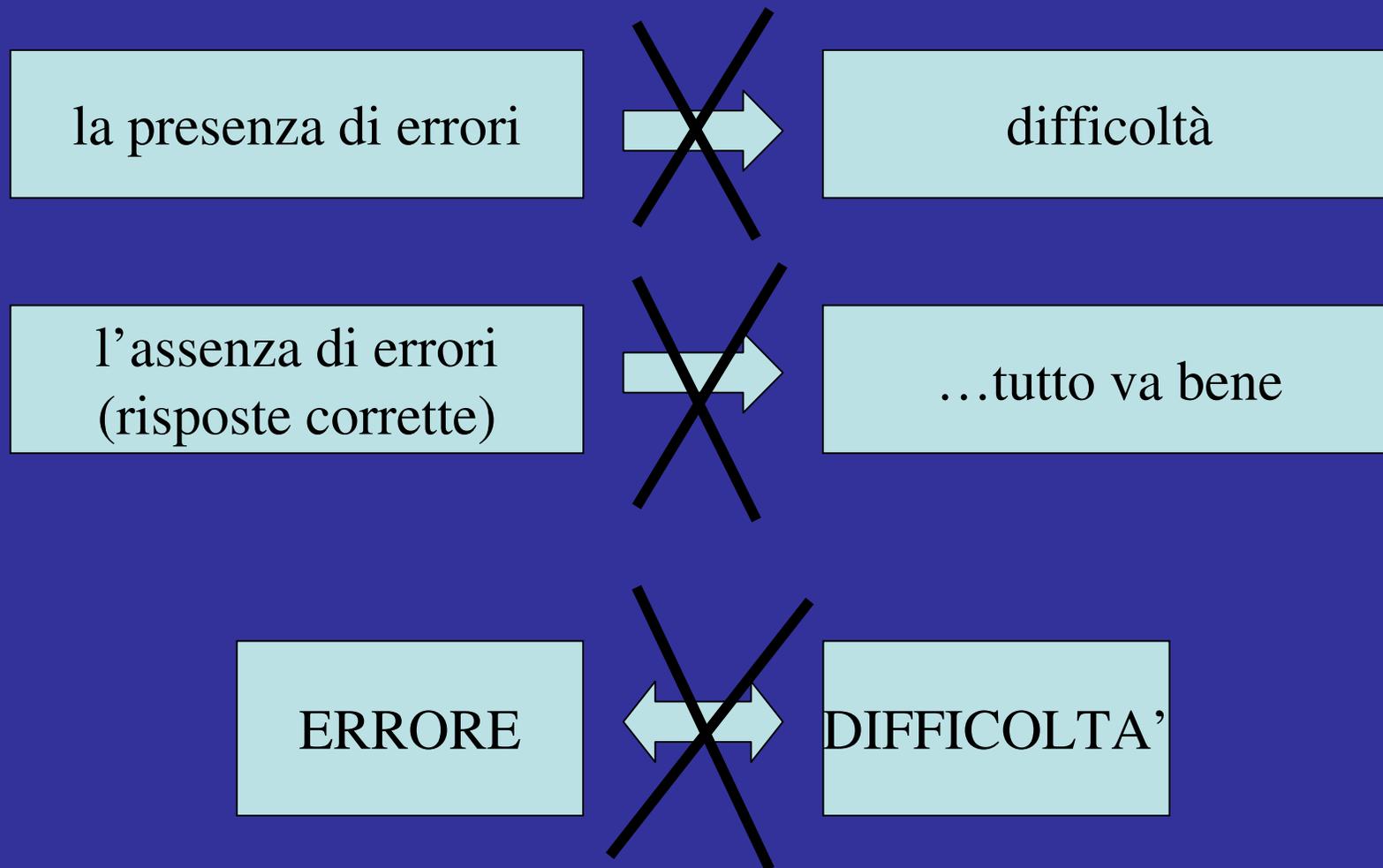
In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti considerano che l’educazione abbia avuto successo quando gli studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette.’

Le prove 'oggettive'

- A] Quelli che hanno dato risposte corrette e che sanno motivare il perché di tali risposte.
- B] Quelli che hanno dato risposte scorrette e dimostrano di non aver capito.
- C] Quelli che hanno dato risposte corrette ma non hanno capito quello che hanno fatto.
- D] Quelli che hanno dato risposte sbagliate ma dimostrano di aver capito.

**il 52% degli allievi...
... appartiene ai gruppi C o D**

errore / difficoltà



Lezione n.3, 19 marzo 2008

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

Prima parte

- L'insegnante come agente decisionale
- L'approccio all'errore (epistemologia e pedagogia dell'errore)
- Errori e *problemi*:
 - Che cos'è un problema
 - Le abilità metacognitive
- L'apprendimento come attività costruttiva:

Popper

‘Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, *incluse quelle che sono erronee*, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi.’

Che cos'è un *problema*?

Attività 3

Che cos'è un problema?

Provate a darne una definizione.

Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



problema / esercizio

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



problema / compito

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

↘ Ha una meta?

↘ *Quale* meta?

v. Von Neumann



Esco di casa per andare a scuola:
cosa faccio?



ESERCIZIO

Torno a casa e mi accorgo di non avere le chiavi:
cosa faccio?



PROBLEMA

...quindi in un *problema*...

- l'errore va messo nel conto
- non è necessariamente indicatore di difficoltà

ESERCIZIO

PROBLEMA

comportamento
automatico

comportamento
strategico

...nel problema di devono prendere DECISIONI!!!!

importanza di *abilità metacognitive*

→ per *risolvere* un problema

- consapevolezza delle proprie risorse
- regolazione dei propri comportamenti in base a tali risorse

↘ esempio: memoria

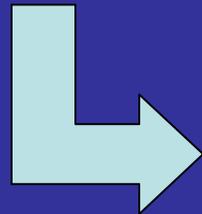
→ ...ma anche per *riconoscere* un problema

Riconoscere un problema

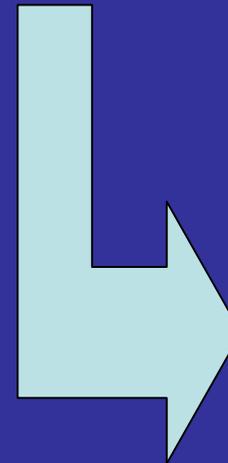
CARATTERISTICHE
DEL COMPITO



CARATTERISTICHE
DEL SOGGETTO



conoscenze



consapevolezza
delle proprie
risorse

Se un soggetto non riconosce un problema:

- attiva comportamenti automatici, anziché strategici
- non ritiene di dover prendere decisioni
- non si assume la responsabilità dei propri processi decisionali

Lezione n.4, 26 marzo 2008

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

L'errore in matematica

- E' quasi inevitabile se (mi) pongo problemi 'difficili'
- Non è necessariamente sintomo di difficoltà
- Può essere fonte di apprendimento, una **RISORSA DIDATTICA**
- Importanza di:
 - riconoscere gli errori
 - riconoscere la dimensione temporale del processo d'apprendimento
 - lasciare traccia degli errori

In questo approccio...

- L'allievo è visto come **PROTAGONISTA** del processo di apprendimento
- Il processo di apprendimento è visto:
 - ✓ Non come un'operazione di travaso di conoscenze
- Ma:
 - ✓ Come un processo personale di costruzione

Prima parte

- L'insegnante come agente decisionale
- L'approccio all'errore (epistemologia e pedagogia dell'errore)
- Errori e *problemi*:
 - Che cos'è un problema
 - Le abilità metacognitive
- L'apprendimento come attività costruttiva:
 1. I misconcetti e i modelli primitivi
 2. La pragmatica
 3. Pensiero logico / pensiero narrativo
 4. Le convinzioni
 5. Le emozioni
 6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

L'apprendimento come attività
costruttiva

→ visione 'tradizionale':

il *contenitore vuoto* da riempire...

→ l'apprendimento come *attività costruttiva*

...la conoscenza è in gran parte *costruita* dal discente

■ l'individuo è soggetto attivo che interpreta l'esperienza

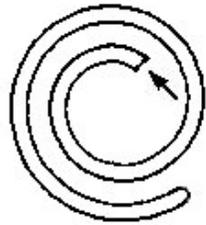
■ costruisce *convinzioni*

mondo degli oggetti fisici

mondo degli organismi viventi

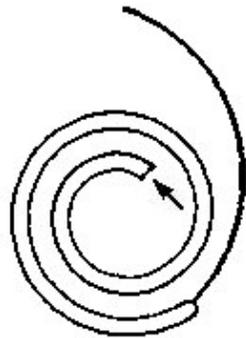
mondo degli esseri umani

↘ teorie

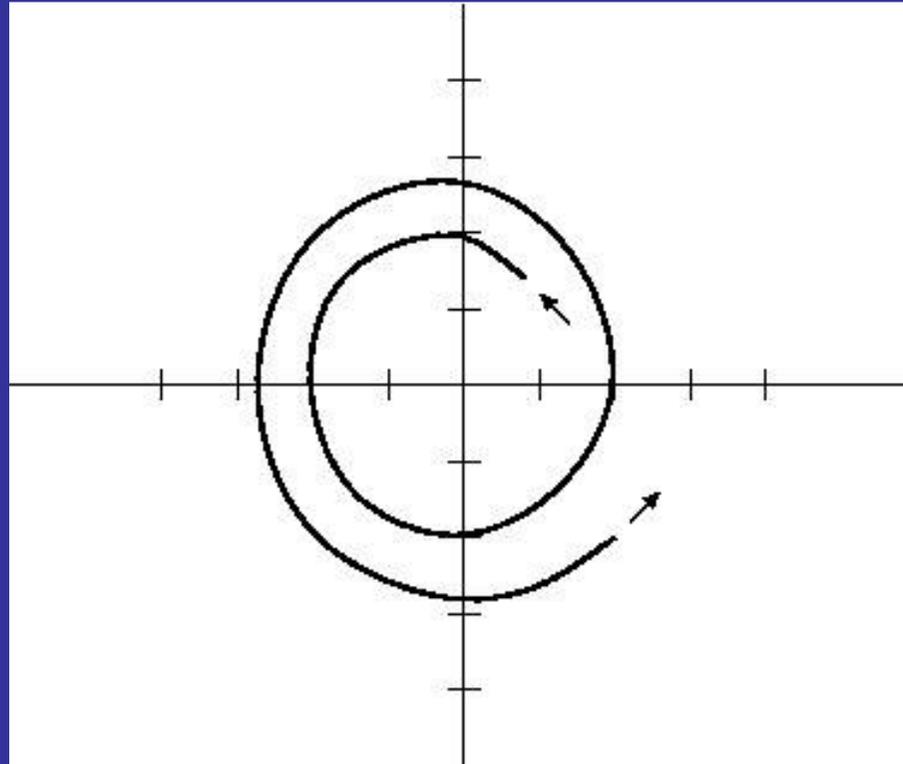


Prevedere il moto della pallina all'uscita del tubo

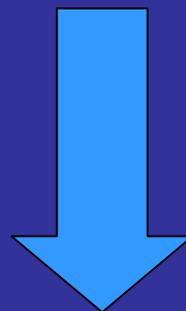
Anche studenti di fisica rispondono così:



Problema: La figura mostra un tubo metallico curvo visto dall'alto. Una sfera metallica è inserita alla fine del tubo indicato dalla freccia ed è spinta dall'altra parte del tubo ad alta velocità. Il punto in cui fuoriesce la sfera ha coordinate (2,-2) (la misura è in metri). La sfera esce nella direzione del vettore $3 \underline{i} + 4 \underline{j}$ con una velocità iniziale di 500 m/sec. Dare le coordinate della sfera un secondo dopo l'uscita dal tubo.

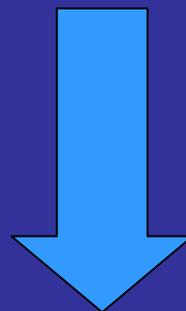


L'apprendimento come attività costruttiva



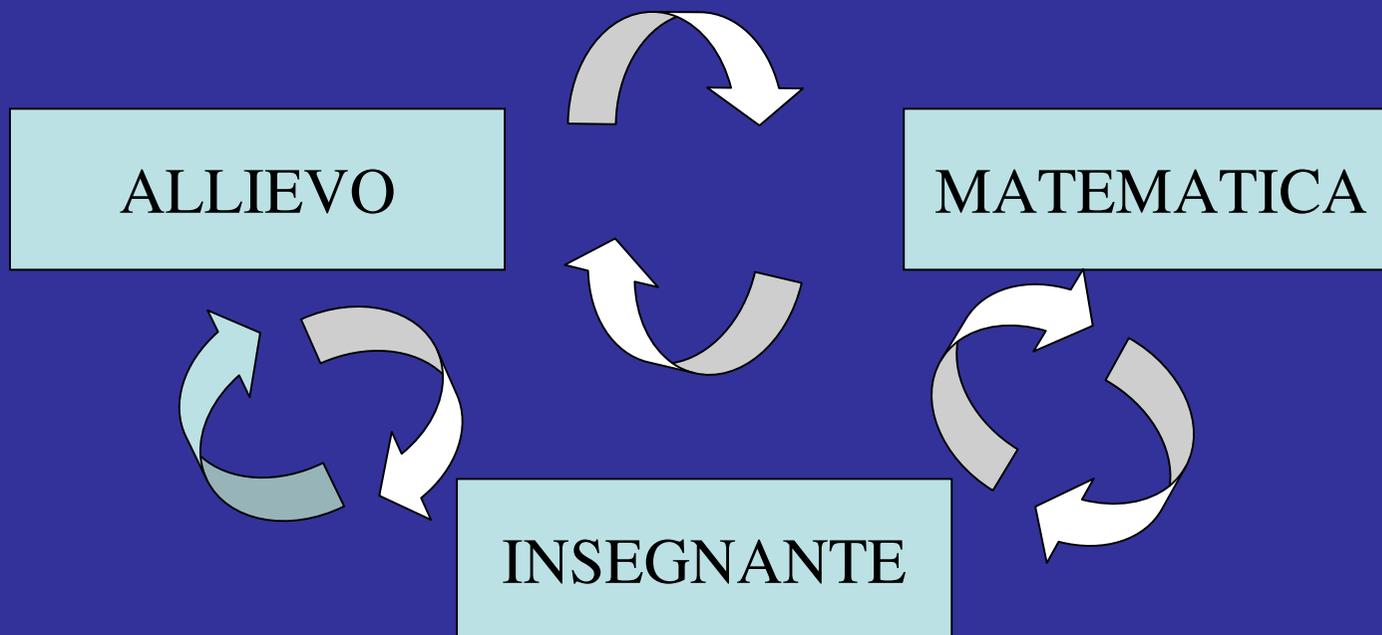
1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

L'apprendimento come attività costruttiva



1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

- In contesto scolastico:



L'allievo:

- interpreta i messaggi dell'insegnante alla luce delle proprie conoscenze, convinzioni, esperienze...



interpretazione 'distorta'

L'allievo interpreta...

- procedure
- termini
- simboli
- proprietà
- concetti

↘ dà loro un 'senso'



misconcetti

L'allievo interpreta...**procedure**

Errori sistematici.

Molti allievi sbagliano...

...non perché applicano in modo scorretto procedure
corrette

Ma perché applicano (in modo corretto) procedure

$$\begin{array}{r} 278- \\ 135= \\ \hline 143 \end{array} \quad \begin{array}{r} 352- \\ 146= \\ \hline 214 \end{array} \quad \begin{array}{r} 406- \\ 219= \\ \hline 213 \end{array} \quad \begin{array}{r} 543- \\ 367= \\ \hline 224 \end{array} \quad \begin{array}{r} 510- \\ 238= \\ \hline 328 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1023- \\ 835 = \\ \hline 1812 \end{array}$$

Scena 1: Johnnie

$$437 - 284 =$$

437-

284=

253

L'insegnante: "Hai dimenticato di sottrarre 1 da 4 nella colonna delle centinaia!"

L'allievo interpreta... termini / simboli

- angolo - spigolo - rombo...
- ipotesi / tesi Alice...
- parentesi

Scena 6: Marco

Deve moltiplicare $x + 1$ per $x + 2$:

$$x + 1 \cdot (x+2) =$$

$$= x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

L'allievo interpreta... termini / simboli

- angolo - spigolo - rombo...
- ipotesi / tesi Alice...
- parentesi
- segno di uguale

Il segno di uguale

“In un bosco vengono piantati 425 alberi nuovi. Qualche anno dopo, vengono abbattuti i 217 alberi più vecchi. Nel bosco ci sono quindi 1063 alberi. Quanti alberi c'erano prima che venissero piantati quelli nuovi?”

$$1063 + 217 = 1280 - 425 = 855$$

$$“4 + 5 = 3 + 6”$$

‘dopo il segno “=” ci dev'essere la risposta, e non un altro problema!’

$$“4 + 5 = 9” \text{ e } “3 + 6 = 9”.$$

Il segno di uguale

Problema: Quanti giorni di vacanza abbiamo avuto quest'estate?

$$30-10 = 20+31 = 51+31 = 82+15 = 97$$

giugno

luglio

agosto

settembre

"Secondo te questo calcolo fatto da due bambini di terza è giusto?"

Una discussione in classe

CHE COSA SIGNIFICA IL SEGNO "=" IN MATEMATICA?

- INS: Cosa vuol dire "essere uguale a" , quel segno lì in matematica che significa?
- ILA: Vuol dire che viene il risultato.

- LUI: Tu per fare l'uguale devi fare prima l'operazione e poi devi fare l'uguale, così ti viene fuori il risultato.
- GIO: Uguale significa avere un risultato in un'operazione, in una moltiplicazione e così
- INS: E se io scrivo $8=8$ va bene?
- GIO: No, devi anche metterci +0 perché se no non si capisce...

...devi metterci anche qualcosa.

Irene

Irene, prima liceo classico:

$$x^2 = 3x - 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

... e trova quindi le due soluzioni.

Irene

“Non sarò certo io a contestare
una regola che tutti accettano!

Mi adeguo senz'altro.

Ma nessuno mi potrà mai
convincere che se aggiungo la
stessa quantità ai due membri di
un'equazione, *non cambia
niente!*”

Modelli primitivi (E. Fischbein)

Modello: moltiplicazione come addizione ripetuta

- *Operando*: può essere un numero positivo qualsiasi,
- *Operatore*: deve invece essere un numero intero



si può dire 3 volte 0,65: $0,65 + 0,65 + 0,65$

...ma 0,65 volte 3 ???



la moltiplicazione “fa ingrandire”

PROBLEMA 1

Da un quintale di grano si ottengono 0,75 quintali di farina.
Quanta farina si ricava da 15 quintali di grano?

PROBLEMA 2

Un chilo di detergente viene usato per produrre 15 chili di sapone.
Quanto sapone può essere fatto con 0,75 chili di detergente?

76%

35%

L'allievo interpreta...concetti



misconcetti

- la moltiplicazione fa “ingrandire”
- un numero è negativo \Leftrightarrow nella sua rappresentazione compare esplicitamente il segno “-”
- insieme

L'apprendimento come attività costruttiva

1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

importanza per l'insegnante di avere un repertorio di interpretazioni possibili

L'allievo interpreta...il testo



Secondo quali regole?

SIGNIFICATO

SENSO

→ La pragmatica

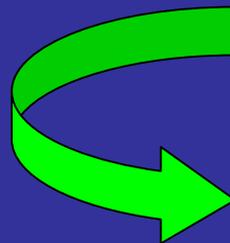
“Scusi, sa l’ora?”

“Sì.”

“Grazie.”



SIGNIFICATO



SENSO ?!

Ho buttato un **uovo** contro il muro e non si è rotto.

...cosa non si è rotto?

Ho buttato un sasso contro **il vetro** e non si è rotto.

...cosa non si è rotto?



Principio di cooperazione di Grice

- Esprime le regole secondo le quali dovrebbe essere condotta una conversazione:
 - ✓ adeguatezza dell'informazione agli scopi del discorso (né troppo poco informativo, né troppo)
 - ✓ chiarezza
 - ✓ pertinenza
 - ✓ ...

- Esempio:

A: Dov'è Carlo?

B: C'è una Volkswagen gialla davanti a casa di Anna.

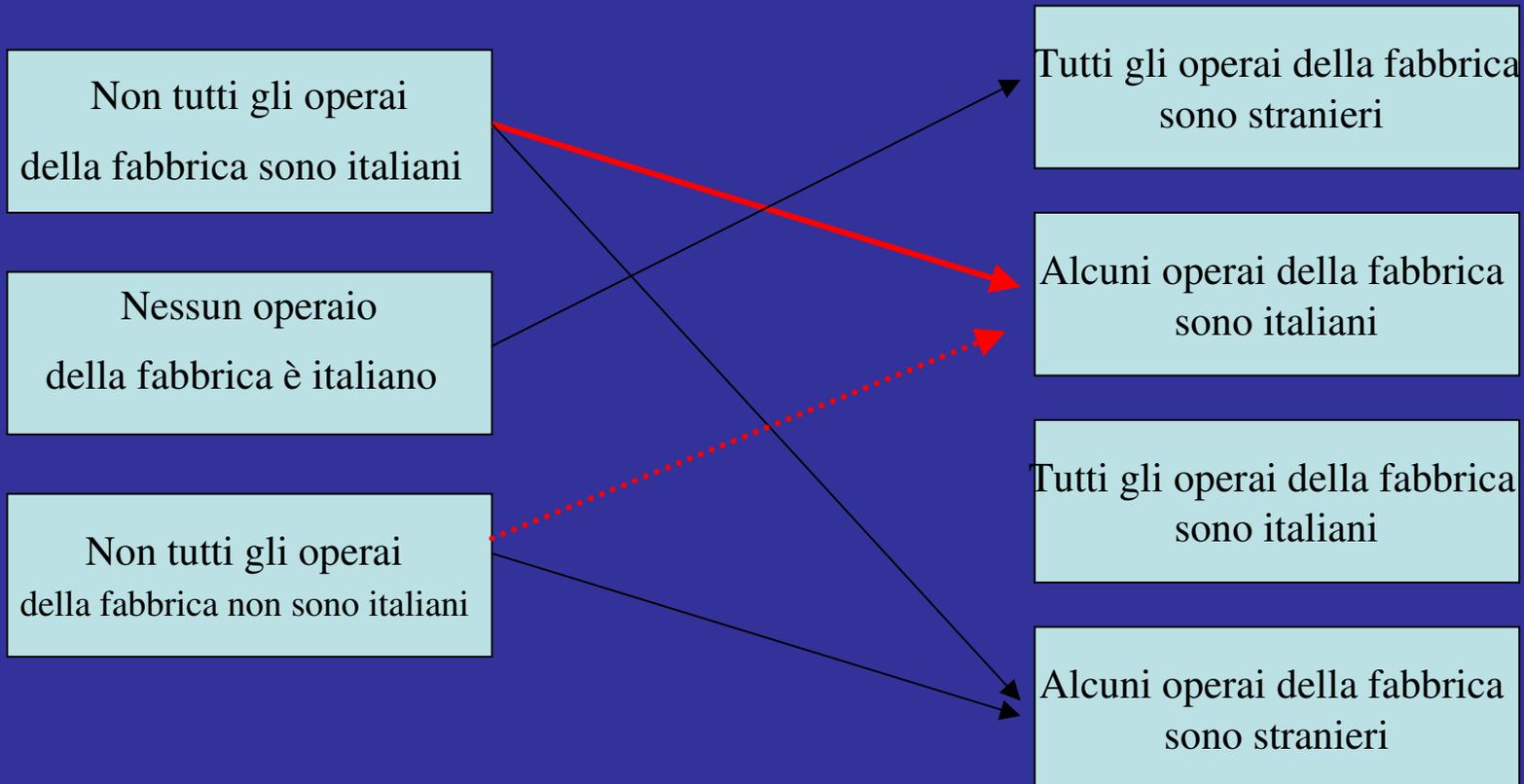
In casi come questi l'ascoltatore per mantenere l'assunto di cooperazione fa delle inferenze:

implicature conversazionali

Annalisa

Nel test d'ingresso previsto all'inizio della 1° liceo scientifico risolve il seguente problema tracciando le frecce in figura...

Collega con un tratto di penna ciascuna frase di sinistra con la frase o le frasi di destra che hanno significato equivalente:



Altri esempi

- Le definizioni in geometria
 - ✓ Essenziali
 - ✓ Ridondanti (descrittive...)
- L'uso dei connettivi, dell'implicazione, ...

➤ Pier Luigi Ferrari:

Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica. Pitagora, 2005

L'apprendimento come attività costruttiva

1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

importanza per l'insegnante di avere un repertorio di interpretazioni possibili

**PENSIERO
LOGICO - SCIENTIFICO**

**PENSIERO
NARRATIVO**

...differenti razionalità

**PENSIERO
LOGICO - SCIENTIFICO**

**PENSIERO
NARRATIVO**

si occupa di categorizzare la realtà, di ricercare cause di ordine generale, applicando argomentazioni dimostrative...

...ma appare inadeguato a interpretare fatti umani, cioè a mettere in relazione azioni e intenzioni, desideri, convinzioni e sentimenti, a coglierne il significato

L'interpretazione dei fatti umani è invece resa praticabile da un tipo differente di pensiero, che caratterizza una differente modalità di approccio al mondo

Un esempio: i problemi

→ scuola elementare

→ scuola media

→ scuola superiore

Nei problemi della scuola elementare il richiamo al *pensiero narrativo* è molto forte:

- La formulazione del testo insiste su aspetti concreti, famigliari, che fanno riferimento all'esperienza degli allievi...
- ...e quindi attivano la conoscenza enciclopedica
- il pensiero narrativo

IL PROBLEMA

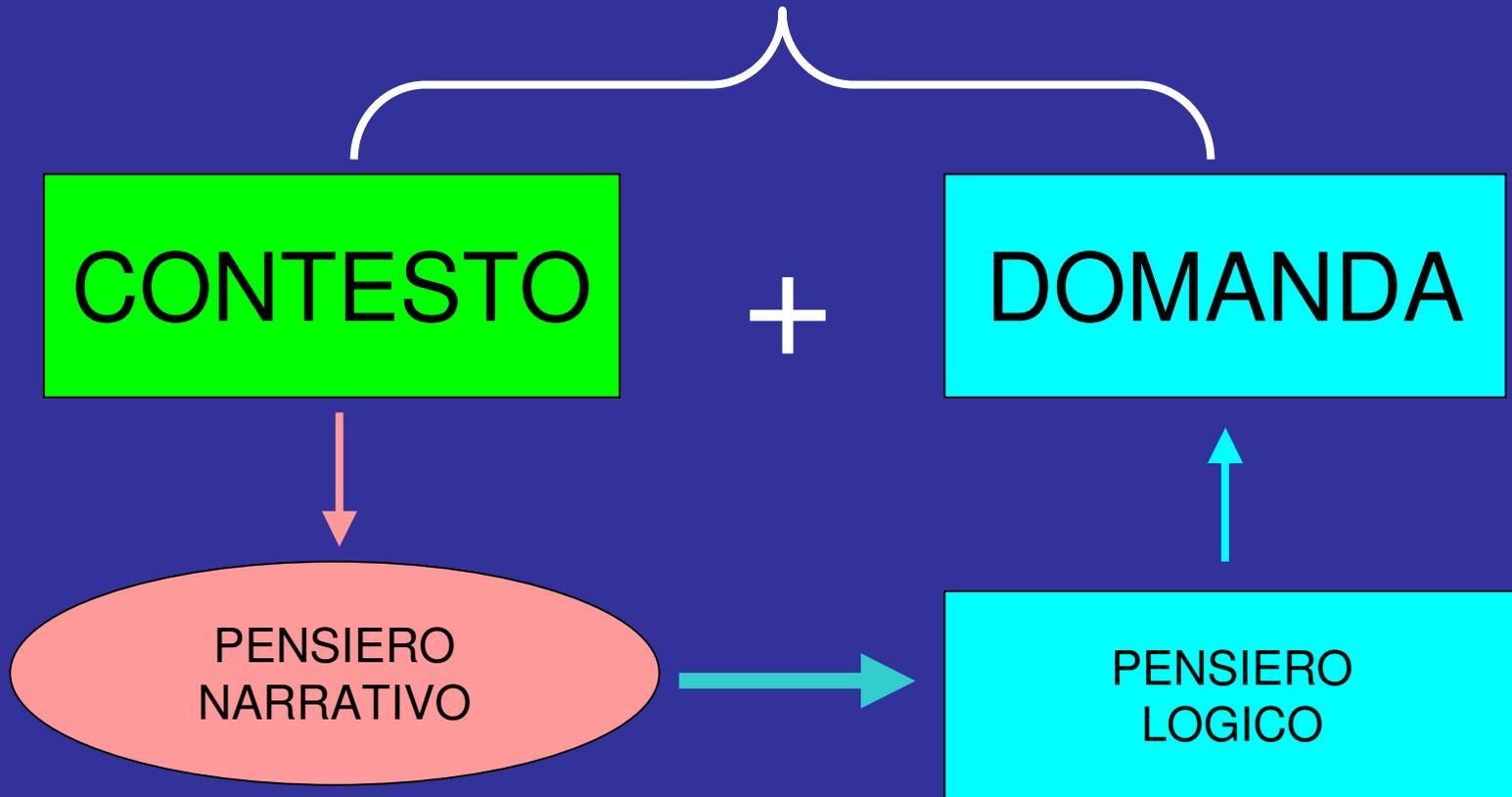
CONTESTO

+

DOMANDA

PENSIERO
NARRATIVO

PENSIERO
LOGICO



IL PROBLEMA

CONTESTO

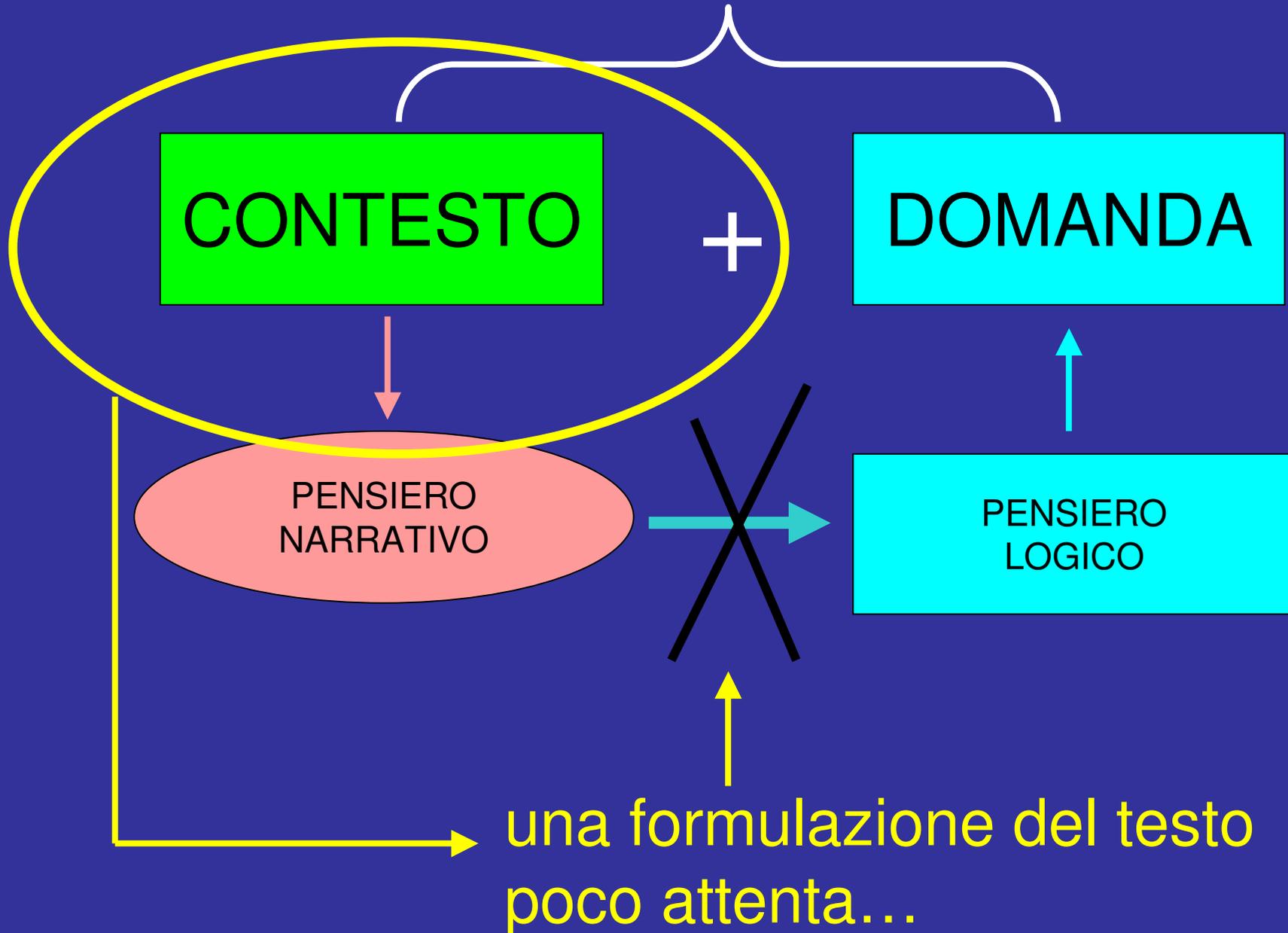
+

DOMANDA

PENSIERO
NARRATIVO

PENSIERO
LOGICO

una formulazione del testo
poco attenta...



Scena 3: Luca

Luca, terza elementare, deve risolvere il problema:

Problema: Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

Perché?

- Alla prima domanda Luca risponde: *E' più facile che gli capiti all'arancia*
- Alla seconda ("Perché?"): *Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia.*

PROBLEMA

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

All'arancia

Perché? **Perché è il suo gusto preferito**

Perché ha guardato

IL PROBLEMA

CONTESTO

+

DOMANDA

PENSIERO
NARRATIVO

...completare
una storia

LA FORMULAZIONE DEL TESTO

Un esempio: i problemi

→ scuola elementare

→ scuola media ...e oltre

→ scuola superiore

Problema (P.L. Ferrari)

In una casa è stato rotto un vaso cinese. In quel momento si trovano in casa in 4 ragazzi: Angelo, Bruna, Chiara e Daniele. Al ritorno, la padrona di casa vuol sapere chi ha rotto il vaso e interroga i 4, uno alla volta. Ecco le dichiarazioni di ciascuno:

- Angelo: 'Non è stata Bruna'
- Bruna: 'E' stato un ragazzo'
- Chiara: 'Non è stato Daniele'
- Daniele: 'Non sono stato io'

Sai scoprire chi è il colpevole? Attenzione, però: delle 4 testimonianze, 3 corrispondono alla verità mentre 1 è falsa.

Chi ha rotto il vaso cinese? Spiega come hai fatto a trovare la risposta.

- ‘Angelo’: ‘non è discolpato da nessuno’
- ‘Chiara’: ‘non è nominata da nessuno perché vogliono coprirla’
- ‘Daniele’: ‘Si discolpa, quindi probabilmente è stato lui.’

- Angelo: ‘Non è stata Bruna’
- Bruna: ‘E’ stato un ragazzo’
- Chiara: ‘Non è stato Daniele’
- Daniele: ‘Non sono stato io’

Sai scoprire chi è il colpevole? Attenzione, però: delle 4 testimonianze, 3 corrispondono alla verità mentre 1 è falsa.

Chi ha rotto il vaso cinese? Spiega come hai fatto a trovare la risposta.

IL PROBLEMA

CONTESTO

+

DOMANDA

PENSIERO
NARRATIVO

...completare
una storia

LA FORMULAZIONE DEL TESTO

Un esempio: i problemi

→ scuola elementare

→ scuola media

→ scuola superiore

Problema

Tizio impiega 20 minuti per andare da casa al lavoro viaggiando a 40 km/h.

Oggi è in ritardo e va a 50 km/h.

Quanto tempo impiegherà?

Per alcuni studenti:

...non ci sono dati sufficienti per rispondere!

Tizio impiega 20 minuti per andare da casa al lavoro viaggiando a 40 km/h.
Oggi è in ritardo e va a 50 km/h.

Riuscirà ad arrivare in orario?

NON CI SONO DATI

PENSIERO
NARRATIVO

PENSIERO
LOGICO

Philip Roth

La mia vita di uomo (1989)

Quand'ero io il paziente, malaticcio e febbricitante, lui tante volte mi disorientava, invece: mi pareva che fosse una specie di giocattolo elettrico parlante che veniva a giocare con me, puntualmente, ogni sera alle sei.

Per divertirmi non sapeva escogitare di meglio che propormi certi problemi d'aritmetica, per i quali lui stesso era un mago.

“ «Lo sconto»,”, esordiva, alla maniera d'uno studente che annuncia il titolo della poesia mandata a memoria.

“Un negoziante, per cercar di dar via un cappotto passato di moda, ne abbassa il prezzo da trenta a ventiquattro dollari.

Non riuscendo ancora a venderlo, lo ribassa ulteriormente a diciannove dollari e venti cents.

Non trova nessun acquirente. Allora riduce ancora il prezzo e stavolta lo vende,”

Qui faceva una pausa.

Se volevo, potevo chiedergli che ripetesse questo o quel dettaglio.

Sennò, procedeva.

“Ebbene, Nathan, per quanto l’ha venduto, posto che l’ultimo sconto era in proporzione con i due precedenti?”

Oppure:

” «Per fare una catena».

Un boscaiolo ha sei pezzi di catena ognuno di quattro anelli. Se il costo per aprire un anello è...” e così via.

Il giorno dopo, mentre la mamma canticchiava un motivo di Gerschwin facendo il bucato, io, a letto, sognavo a occhi aperti il negoziante e il boscaiolo.

A chi avrà finito per vendere quel cappotto, il bottegaio?

Si sarà reso conto, l'acquirente, ch'era passato di moda?

Se l'indossava per andare al ristorante, avranno riso di lui?

E come si capiva che la moda era diversa, da un anno all'altro?

Ricordo ancora come era carico, per me, il termine “acquirente”.

*Sarà stato il boscaiolo coi sei pezzi di catena quello che, nella sua rustica innocenza, aveva finito per comprare il cappotto tagliato secondo la moda dell'anno scorso?
e perché, tutt'a un tratto, avrà avuto bisogno d'un cappotto?*

Sarà stato invitato a un ballo in costume?

E da chi?

Mia madre trovava “acute” le domande che io sollevavo a proposito di quei problemi, ed era lieta che mi dessero qualcosa cui pensare mentre lei era occupata con le faccende e non poteva giocare con me all’oca o a dama.

Mio padre invece si sentiva cascare le braccia, a vedermi intrigato così da fantastici e irrilevanti dettagli storici o geografici o psicologici anziché dalla semplice e nuda bellezza della soluzione aritmetica.

*Non riteneva che dessi prova d’intelligenza;
e aveva ragione.*

(Philip Roth)

L'apprendimento come attività costruttiva

1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

importanza per l'insegnante di avere un repertorio di interpretazioni possibili

Le convinzioni

→ visione 'tradizionale':

il *contenitore vuoto* da riempire...

→ l'apprendimento come *attività costruttiva*

...la conoscenza è in gran parte *costruita* dal discente

■ l'individuo è soggetto attivo che interpreta l'esperienza

■ costruisce *convinzioni*

mondo degli oggetti fisici

mondo degli organismi viventi

mondo degli esseri umani

↘ teorie

SU DI SE'

SUGLI OBIETTIVI
dell'insegnamento della matematica

SULLE ASPETTATIVE
della famiglia / dell'insegnante...

SUL SUCCESSO IN MATEMATICA

SULLA MATEMATICA

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

convinzioni su di sè

Convinzioni su di sè

‘Io ero convinta di non capirci nulla, e con questa convinzione, non cercavo di sforzarmi a capire e a migliorare, e pensavo che gli altri, siccome arrivavano alla soluzione prima di me, fossero dei geni, quindi aspettavo che fossero sempre loro a darmi la soluzione.’

[Valeria, 3a media]

Azzurra (scena 4)

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

'Divido?'

Dal tema: *Io e la matematica*

“Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3^a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.” Azzurra

Esperienze fallimentari
ripetute



Confronto
con gli altri



Io non sono in grado
di controllare la matematica



EMOZIONI

risposte a caso
rinuncia

Esperienze fallimentari ripetute

“In terza elementare mi piaceva la matematica perché riuscivo a capirla, ma poi sono diventato una frana e vedendo che tutto quello che faccio è sbagliato, non mi piace più e mi fa annoiare.”

[Matteo, 3a media]

Confronto con gli altri

‘Se sono da sola non mi preoccupo e mi correggo tranquillamente, mentre se sono alla lavagna o correggo un esercizio ad alta voce in classe e sbaglio mi sento come un’incapace perché tutti mi guardano e capisco che tutti l’hanno saputo fare fuor che io.’ [Patrizia, prima media]

SU DI SE'

SUGLI OBIETTIVI
dell'insegnamento della matematica

SULLE ASPETTATIVE
della famiglia / dell'insegnante...

SUL SUCCESSO IN MATEMATICA

SULLA MATEMATICA

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

convinzioni sugli obiettivi

SCUOLE ELEMENTARI

Un problema per me è una cosa che ci fa esercitare sul ragionamento sulla matematica. [4.6B]

Per me un problema è come una prova di capacità, che serve per riconoscere l'intelligenza del ragazzo o della ragazza. [5.36B]

Il problema per me è un affare da risolvere sul quaderno di aritmetica e poi farlo correggere dalla maestra e dà il voto a chi fa bene e sta buono e lo fa in silenzio. [4.15B]

**convinzioni
sulle aspettative
dell'insegnante**

Scenetra (scena 2)

$$34 + 9 = 43$$

$$34 + 11 =$$

‘La bambina è in grado di eseguire l’algoritmo della addizione, ma *non è in grado* di mettere in relazione fatti aritmetici’

convinzioni sul successo

“teorie” del successo

...che cos'è il successo
(in matematica)?

SUCCESSO

```
graph TD; SUCCESSO[SUCCESSO] --> BUONI_VOTI[BUONI VOTI]; SUCCESSO --> CAPIRE[CAPIRE]; CAPIRE --> STRUMENTALE[STRUMENTALE]; CAPIRE --> RELAZIONALE[RELAZIONALE];
```

A flowchart on a dark blue background. At the top is a red box with the word 'SUCCESSO' in white. Two red arrows point from this box to a grey box on the left labeled 'BUONI VOTI' and a white box on the right labeled 'CAPIRE'. From the 'CAPIRE' box, two white arrows point to a yellow box labeled 'STRUMENTALE' and a cyan box labeled 'RELAZIONALE'.

BUONI VOTI

CAPIRE

STRUMENTALE

RELAZIONALE

SUCCESSO

```
graph TD; SUCCESSO[SUCCESSO] --> BUONI_VOTI[BUONI VOTI]; BUONI_VOTI --> INSEGNANTE[è l'insegnante che sancisce il successo]; INSEGNANTE --- TEMPO[TEMPO]; INSEGNANTE --- ERRORE[ERRORE];
```

BUONI VOTI

è l'insegnante che sancisce il successo

- essere veloci

TEMPO

- dare risposte corrette

ERRORE

...quando finalmente riesco a prendere confidenza con un argomento, come se lo facessero apposta, andiamo avanti col programma e rimango fregato.

Matteo, 2a superiore

La mia maestra era una di quelle all'antica che voleva tutto e subito.

Simone, 4a superiore

TEMPO

La paura di sbagliare

In 1a elementare avevo paura della matematica perché avevo paura di sbagliare. Già all'inizio della terza comincio a non piacermi più. A me le operazioni in colonna non riescono tanto bene. Infatti quando c'è matematica vorrei tornare a casa. [Giada, 4a el.]

Alle elementari odiavo la matematica: il sussidiario aveva dei colori, la matematica era celeste, odiavo quel colore. Quando la maestra mi faceva delle domande avevo paura e non rispondevo mai. Anche quando c'è il compito di matematica ho sempre paura. A differenza di quando ci sono gli altri compiti. [Giacomo, 3a media]

Il mio problema non è il non saperli svolgere, ma è la paura di sbagliare, infatti tutt'ora, anche nelle interrogazioni ho sempre paura di fare errori, di rispondere male, anche se le cose le so. [Danilo, 2a superiore]

SUCCESSO

```
graph TD; A[SUCCESSO] --> B[BUONI VOTI]; B --> C[è l'insegnante che sancisce il successo]; C --- D[• importanza degli obiettivi dell'insegnante]; C --- E[• importanza di adeguarsi a quello che vuole];
```

BUONI VOTI

è l'insegnante che sancisce il successo

- importanza degli obiettivi dell'insegnante
- importanza di adeguarsi a quello che vuole

convinzioni sul successo

Per studiare matematica
occorre e basta fare esercizi

Il buon senso in matematica non serve.
Anzi...

Per riuscire in matematica bisogna essere portati

In matematica ci vuole tanta memoria

Un problema o lo capisci subito o non lo capisci più

“Per me un problema è uno svolgimento di cui bisogna riflettere, pensare.

Ed è anche una lezione che si svolge nel quaderno di aritmetica,

la parola problema mi fa venire in mente una cosa di cui ha bisogno di tempo, è una cosa che bisogna impegnarci capirla.

Il problema è una cosa un po' difficile ma se un bambino mette bene i dati può capire facilmente.

Si certo è uno svolgimento che se uno lo capisce bene, altrimenti non lo può più capire.

Per me la parola problema è una cosa difficile che mi fa sentir male.” [4.8 C]

In matematica ci vuole tanta memoria

- *“Alle medie la matematica iniziò a essere un po’ più confusa specialmente per la geometria che con tutte le formule del perimetro, Area, circonferenza, diametro, ecc., imparate a memoria rendevano solo la vita più complicata. Forse ci sono troppi teoremi e troppe cose per dei ragazzi delle medie che secondo me impararle a memoria è impossibile difatti ogni volta che c’era un compito in classe tutti avevano scritto o sul banco o sulla mano le formoline del trapezio-parallelepipedo.”* [Luca, 3a Istituto Tecnico]
- *“Non è possibile ricordarsi tutte queste definizioni di limite! Ci vuole troppa memoria!”* [Elisa, studentessa di Biologia]

**Teorie del
successo**

**In matematica ci vuole tanta
memoria**



Convinzioni sulla matematica

Il tema di Giacomo (1a media)

Mi ricordo vagamente della mia maestra di aritmetica di prima,(...) Ho presente invece molto bene la mia maestra dalla terza alla quinta. Si chiama Elena, è alta e magra ma aveva una natura pessimista, da pessimismo leopardiano: ad esempio verso Pasqua ci faceva fare dei problemi sulle uova con delle situazioni dove tanti pulcini morivano prima di nascere. Domandava: quanti nasceranno vivi? A me passava la voglia di saperlo. (...)

Penso che il mio rapporto con la matematica sia stato sempre “buio e tenebroso”; non ho mai avuto la padronanza nella materia e fin dai primi tempi delle elementari mi sentivo incerto; anche se una cosa la sapevo mi sorgevano un sacco di dubbi.

Ecco, io non so il “perché” della matematica, perché quello schema, quel procedimento e non un altro; perché, come dice il mio babbo: “Nell’aritmetica non si inventa.”; io a volte invento e sbaglio; vorrei proprio sapere i motivi, le cause, perché così mi sembrano tutte regole astratte e appiccate qui e là

I prodotti vanno ricordati



E' impossibile ricordarsi TUTTO!



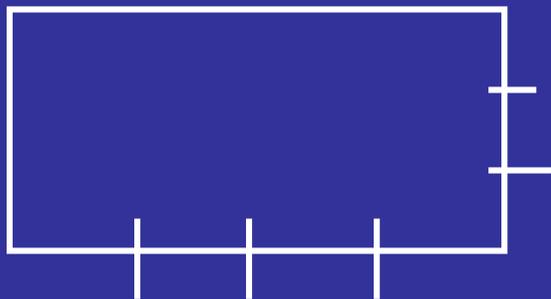
**La matematica è una disciplina
INCONTROLLABILE**



RINUNCIO A PENSARE

Scena 5: Alessandra...

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

Qui di seguito ci sono 4 problemi, che tu devi cercare di risolvere.

IMPORTANTE!!!

Cerca di scrivere tutti i tuoi pensieri, tutti i ragionamenti che fai, le impressioni e le emozioni che provi, le difficoltà che incontri.

E' quello che pensi e che provi che ci interessa, non il risultato!

'a questo punto non so, cioè non mi ricordo bene le formule...'

Nicola

$$-7x^2 < \sqrt{7}$$

- I.: *‘Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?’*
- N.: *‘La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla. I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni.’*

Per risolvere
problemi
bisogna applicare
delle formule



IO
non conosco
le formule



IO non posso
risolvere
problemi



RINUNCIA
A 'PROVARE'

In matematica quello che conta sono i PRODOTTI
(e non i PROCESSI)

Martina:

$$\frac{a+b}{a+c}$$

$$\frac{5+3}{5+7}$$

“Vedi? Non viene la stessa cosa...
Non si può!”

$$\frac{x+y}{a+y}$$

→ rinuncia al controllo dei propri processi di pensiero

→ mancata assunzione della responsabilità dell'apprendimento e dell'errore

→ ***attribuzioni di fallimento*** esterne

“Ho fatto male il compito perché era difficile, perché il professore è severo, perché sono sfortunato...”

→ ***emozioni*** negative:
ansia, paura, frustrazione...

Attribuzioni di fallimento

Teoria delle attribuzioni causali
(Weiner, 1973):

- locus: interno / esterno
- stabilità
- **controllabilità**

Il processo di attribuzione può essere problematico...

*‘Per me la matematica è come una palla al piede e solo che io sono la palla e sono pressato da questa materia che per me è impegnativa. Non è che i miei dubbi sono due o tre ma se mi danno mezzo problema lo risolvo per $\frac{1}{4}$ e anche nelle espressioni per me sono difficili. Forse sono io che non capisco nulla e forse è questa la ragione, oppure è proprio difficile la materia, **non lo so cos’è** quando lo scoprirò sarà sempre troppo tardi.’ [Saverio, 1a media]*

...e può cambiare nel tempo:

- *“Le lacune di base ci sono (c'erano) e certo non aiutano, ma mi sono sempre state presentate come un peccato originale...”*

[Paola, 3° anno di Biologia]

- ↘ da causa percepita come non controllabile...
- ↘ a causa (la stessa!) percepita come controllabile

L'esigenza di preservare l'autostima...
...è 'naturale'

'Mio figlio è un **bravo** ragazzo perché l'ho educato bene'



SUCCESSO



DIPENDE
DA ME!

'Mio figlio è un **disgraziato** perché ha un carattere impossibile da correggere'



INSUCCESSO

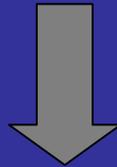


DIPENDE
DA LUI!

Ma la necessità di preservare l'autostima può dar luogo anche a strategie più contorte, eppure diffuse:

- *'Alle scuole medie...non studiavo neppure più, pensavo che la situazione non cambiasse più di tanto, anzi ciò mi convinceva ancora di più di essere stupida. Invece non studiando, potevo almeno illudermi che forse non arrivavo a buoni risultati per mancanza di applicazione.'* [Alessandra, 5a IPSIA]

ATTRIBUZIONI DI FALLIMENTO



IMPEGNO



TEORIE DEL SUCCESSO

per gli allievi

per gli insegnanti

IMPEGNO

per i genitori

...mito del recupero!!!



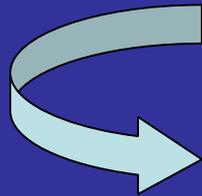
per gli insegnanti

IMPEGNO



...mito del recupero!!!

INTERPRETAZIONE



Le parole più usate:

-“Non riesce ...”

-“Non ha capito...”

-“**Non si impegna**”

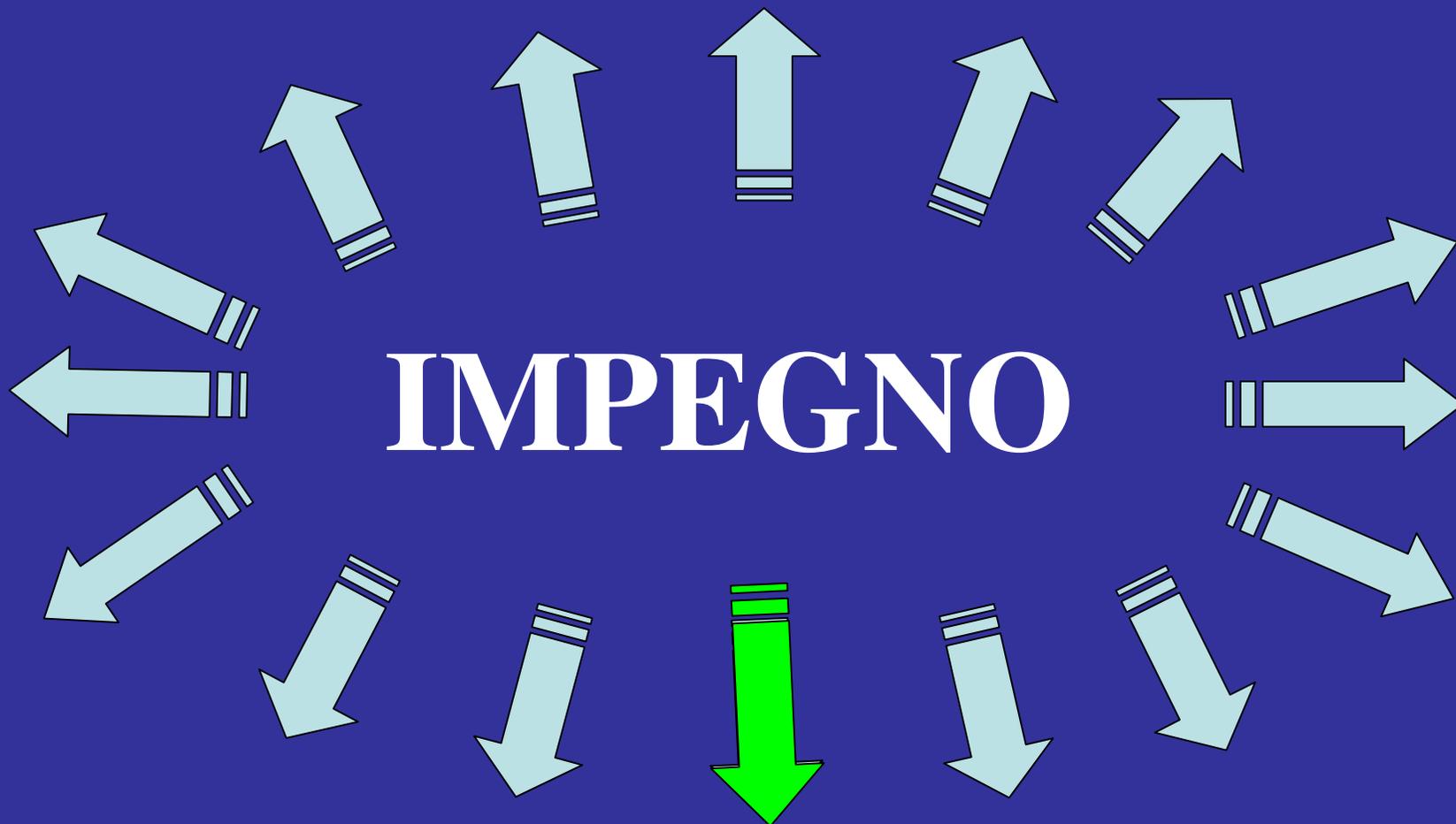
per gli allievi



IMPEGNO

...mito del recupero!!!

L'impegno:
ma è davvero così risolutivo?



SUCCESSO

→ rinuncia al controllo dei propri processi di pensiero

→ mancata assunzione della responsabilità dell'apprendimento e dell'errore

→ ***attribuzioni di fallimento*** esterne

“Ho fatto male il compito perché era difficile, perché il professore è severo, perché sono sfortunato...”

→ ***emozioni*** negative:

ansia, paura, frustrazione...

L'apprendimento come attività costruttiva

1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

importanza per l'insegnante di avere un repertorio di interpretazioni possibili

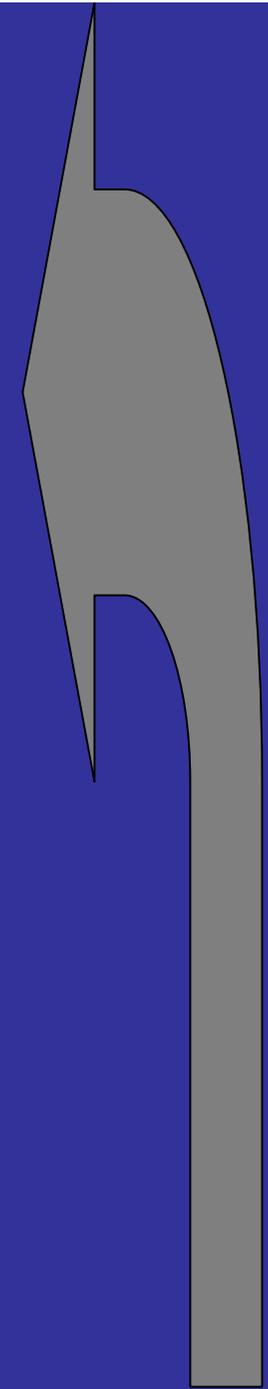
**Percezione
di incontrollabilità**

EMOZIONI

**Risposte a caso
rinuncia**

**BLOCCO DEI
PROCESSI
DI PENSIERO**

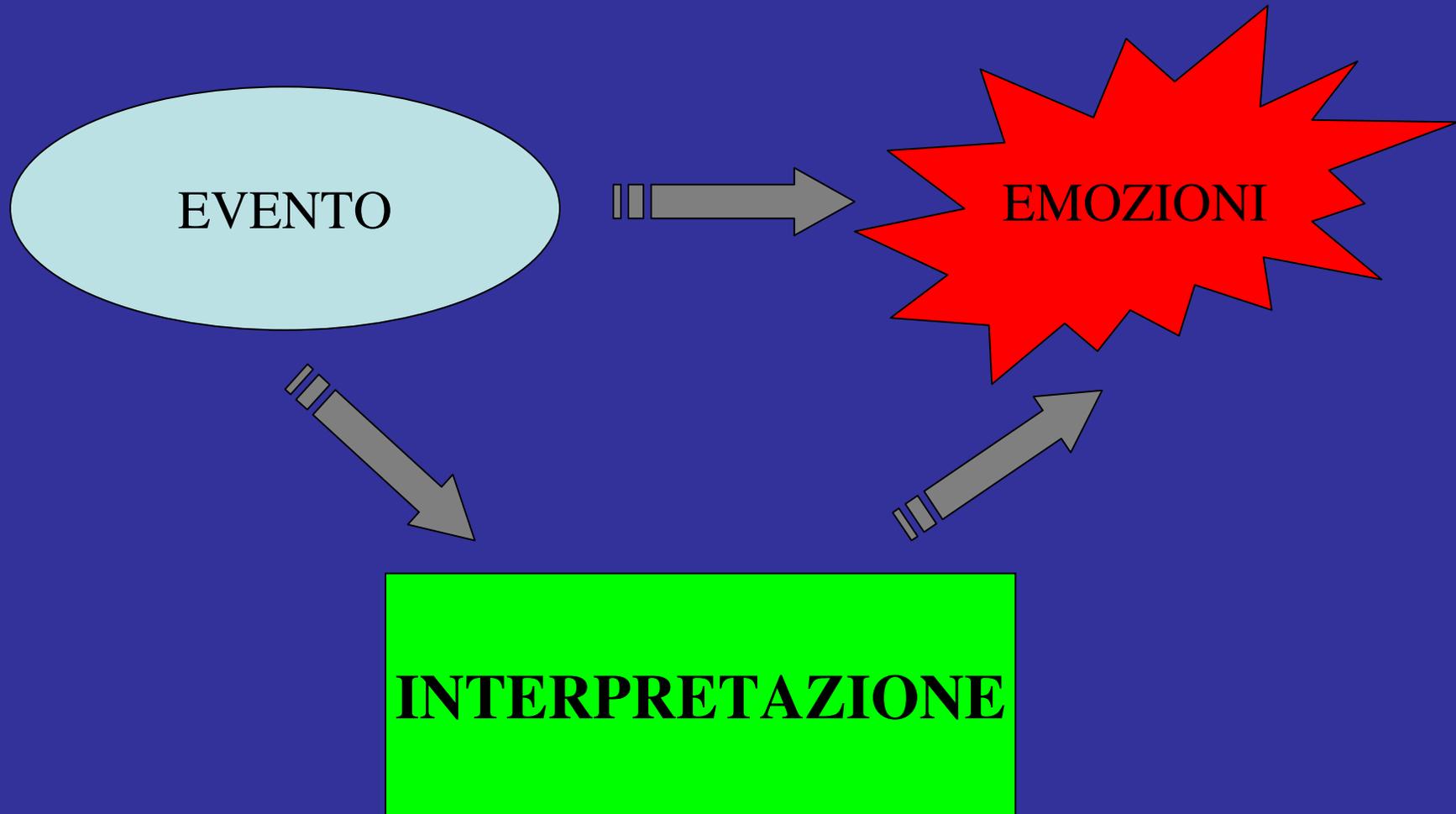
FALLIMENTO



Blocco dei processi di pensiero

- *‘Quando vengo interrogata, o viene annunciato un compito in classe entro in uno stato d’ansia, le mani iniziano a tremare e vengo avvolta dalla paura di sbagliare.’ [Erika, 2a media]*
- *‘Quando la maestra spiega una cosa nuova io mi sento agitata e mi sudano le mani, perché ho paura di non farcela a seguire quanto viene spiegato.’ [Denise, 5a elementare]*
- *‘...ed è una sensazione bruttissima quando scrivo e non capisco, e mi sembra di scendere all’inferno: il sudore scende dalla testa ai piedi, divento tutto rosso e mi sembra di esplodere.’ [Andrea, 3a elementare]*

LE EMOZIONI



ANNIBALE

Di seguito c'è una breve descrizione dei comportamenti di Annibale.

Annibale è un ragazzo di 18 anni.

Quando i suoi amici lo invitano da qualche parte, lui accetta solo se non c'è da pagare.

Quando si tratta di mettere insieme dei soldi per fare il regalo a qualcuno, lui fa di tutto per non partecipare.

→ Scrivi le emozioni che ti suscita Annibale.

→ Dopo averle scritte, fai un bel segno orizzontale sotto l'ultima.

ATTENZIONE!!!!!!

Supplemento di informazioni su Annibale!

La madre di Annibale dice:

– “Mio figlio è un bravissimo ragazzo! E’ molto buono, ed è molto attaccato ai suoi amici!”

→ Sono cambiate le emozioni che ti suscita Annibale?

Se sì, scrivi le nuove emozioni che ti suscita Annibale sotto il segno che hai fatto prima.

→ Quando hai finito, fai un altro bel segno orizzontale.

ATTENZIONE!!!!!!

Ultimissime su Annibale!

Venite a sapere che un po' di tempo fa la sorella di Annibale si è trovata in un grosso guaio (non sappiamo quale) e che per non avere conseguenze molto spiacevoli deve restituire una somma di denaro di cui però non dispone. Ha chiesto aiuto al fratello che sta facendo il possibile per aiutarla.

→ Sono cambiate le emozioni che ti suscita Annibale?

Se sì, scrivi le nuove emozioni che ti suscita Annibale sotto il segno che hai fatto prima.

All'infinito.....

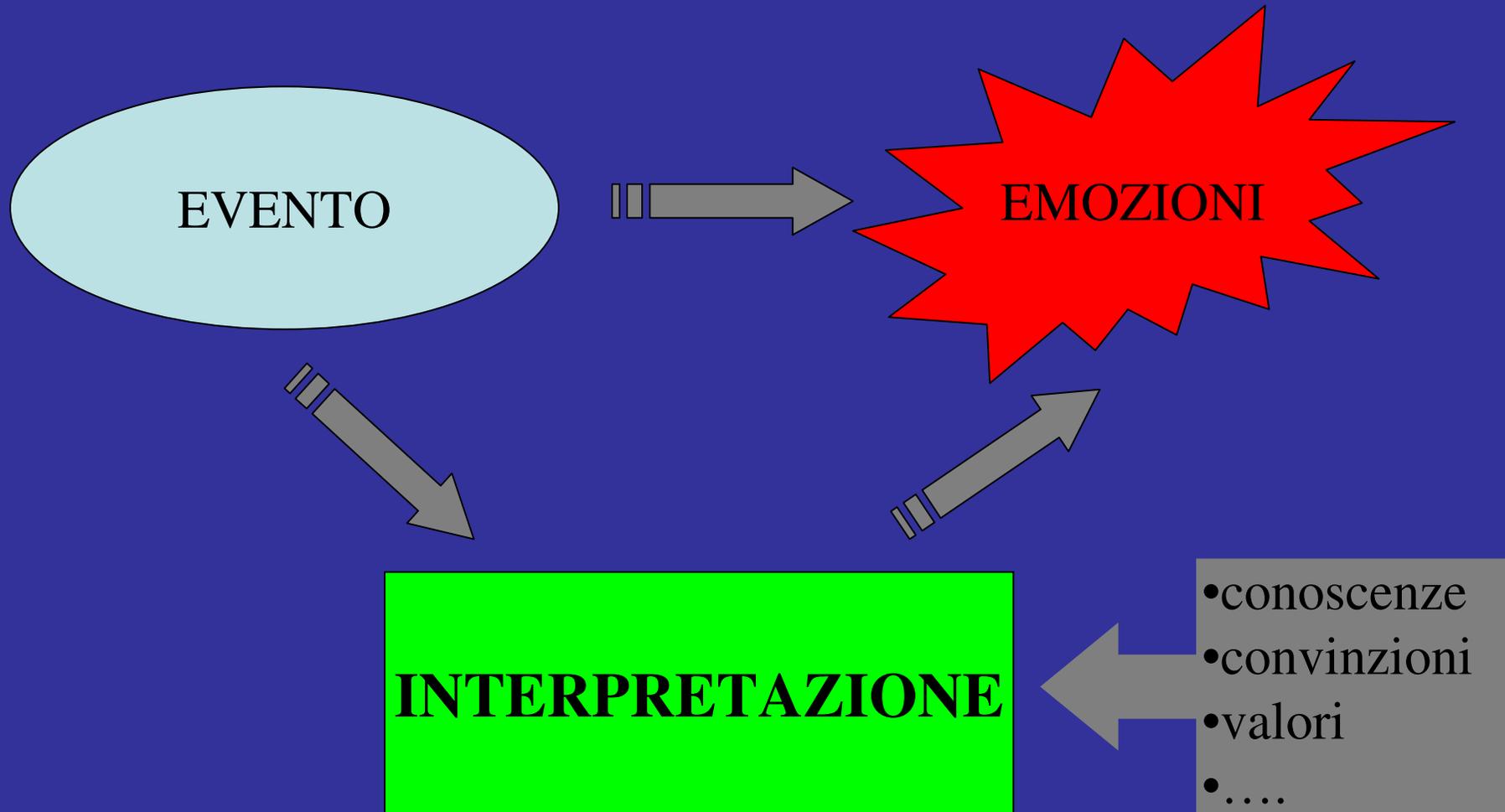
Venite a sapere che il guaio in cui si è trovata la sorella di Annibale è questo:
c'è stato un furto nel suo ufficio e hanno scoperto che il ladro era.....

ANNIBALE!!!!!!!!!!

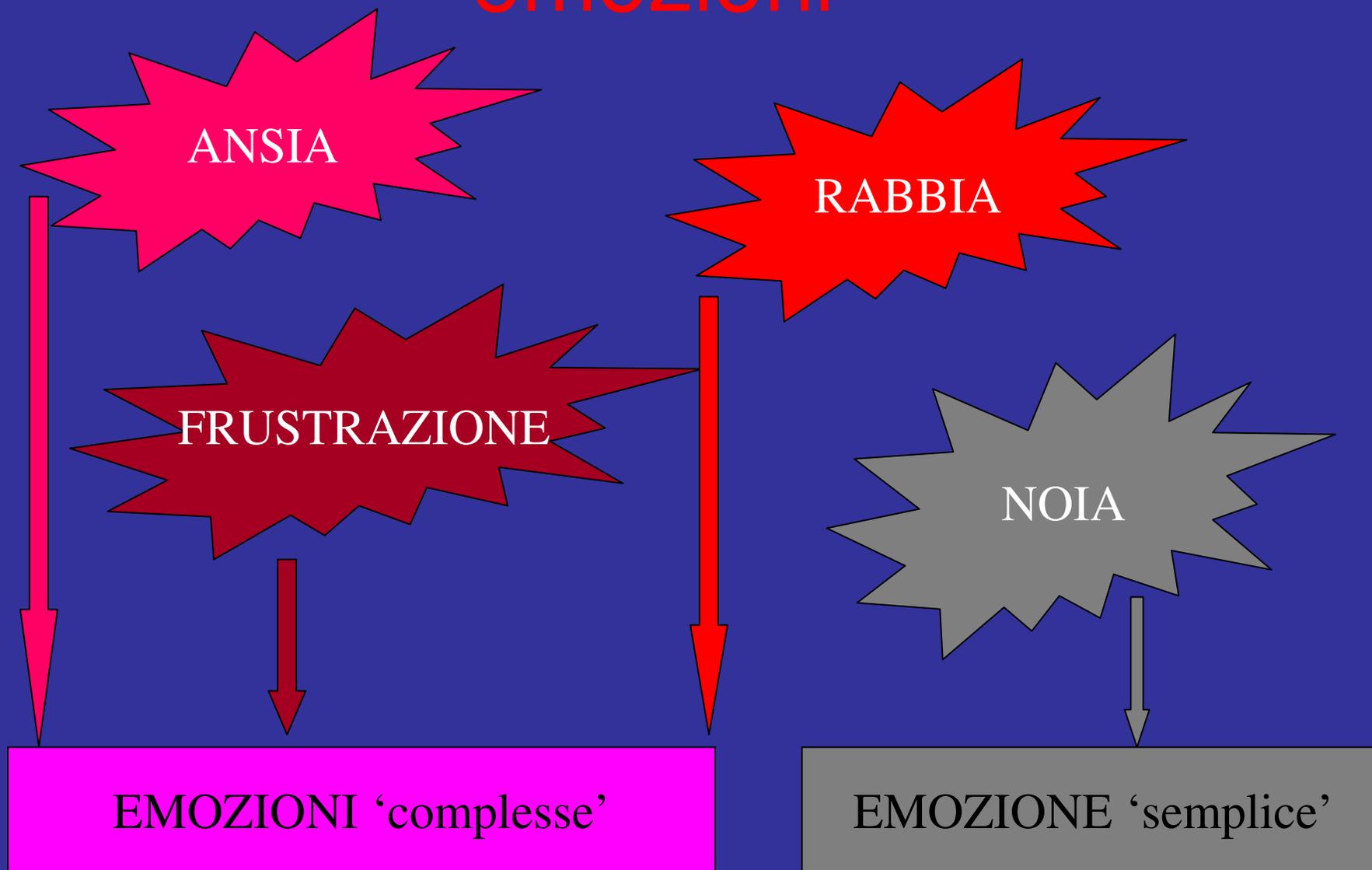
Eccetera, eccetera, eccetera...

→ Riuscite a continuare la storia in modo da “ribaltare” ancora una volta le emozioni?

LE EMOZIONI



L'origine cognitiva delle emozioni



L'apprendimento come attività costruttiva

1. I misconcetti e i modelli primitivi
2. La pragmatica
3. Pensiero logico / pensiero narrativo
4. Le convinzioni
5. Le emozioni
6. L'atteggiamento nei confronti della matematica

importanza per l'insegnante di avere un repertorio di interpretazioni possibili