METACOGNIZIONE, CONVINZIONI, EMOZIONI

1. CONSAPEVOLEZZA E CONTROLLO: LA METACOGNIZIONE

Un settore della vita quotidiana in cui esercitiamo continuamente processi di controllo è quello che ha a che fare con la memoria, data la necessità di ricordarci impegni e scadenze. In tale ambito sono ormai di uso comune strategie quali scrivere sull'agenda, cartacea od elettronica, sui post it, fare un nodo al fazzoletto, cambiare la posizione dell'anello, mandarsi messaggi di posta elettronica, ecc.
In realtà sono strategie molto diverse: se metto alla mano sinistra un anello che porto sempre sulla mano destra, prima o poi me ne accorgerò, e mi ricorderò che c'era qualcosa da ricordare. Non necessariamente questo sarà sufficiente per ricordare *che cosa*. Scrivere la cosa da ricordare su un foglio del resto non è sufficiente se poi non vado a cercare ed a leggere il foglio stesso. Il fatto di utilizzare una o l'altra strategia, e comunque di decidere di ricorrere almeno ad una strategia, dipende in modo significativo dalla consapevolezza che ho delle mie capacità di ricordare, oltre che naturalmente dalla disponibilità delle risorse necessarie per mettere in atto una strategia o l'altra. Così se sono a lezione, e non ho a disposizione la posta elettronica o l'agenda, mi segno su un foglio la cosa da ricordare, e poi cambio la posizione all'anello per ricordarmi che c'è qualcosa da ricordare. E' chiaro che in tutto questo gioca un ruolo cruciale la mia consapevolezza di non ricordare (ma anche la voglia che ho di impiegare risorse per farlo).
Anche nell'ambito dell'attività matematica si possono trovare numerosi esempi di come l'aspetto della consapevolezza, in particolare dei propri punti forti e deboli, abbia un ruolo importante nell'attivazione dei processi di controllo.
La consapevolezza delle proprie risorse è determinante per valutare la difficoltà di un compito, in particolare per riconoscere una situazione di problema. Carenze a livello di consapevolezza spiegano allora fallimenti dovuti al fatto che il soggetto non riconosce la situazione come problematica, ed attiva quindi comportamenti automatici: questo succede quando un allievo risponde alle domande dell'insegnante immediatamente, senza riflettere; quando l'allievo comincia a svolgere un esercizio imbarcandosi subito in calcoli. Analogamente carenze a livello di consapevolezza possono portare l'allievo a riconoscere come problematica una situazione che per le risorse che possiede si configura invece come esercizio.
Naturalmente nel riconoscimento di una situazione come problematica interviene anche la conoscenza relativa al campo in questione: io riconosco come problematico per me scalare il Monte Bianco non solo perché conosco le mie risorse, ma perché le mie conoscenze in proposito mi dicono che il Monte Bianco è una montagna impegnativa, e che la sua scalata è un compito che richiede certe abilità. Analogamente può accadere che per mancanza di conoscenze relative al campo in questione io veda un problema laddove non c'è: ed è quello che capita con molti allievi, ad esempio quelli che dalla sola lettura del programma d'esame fatta all'inizio del corso deducono che l'esame di matematica è impossibile da superare.
In definitiva non siamo in grado di differenziare una situazione problematica da una di routine se non abbiamo alcuna conoscenza relativamente al campo in questione: questo suggerisce prudenza nell'attribuire a carenze nell'attivazione di processi di controllo un fallimento che magari è invece dovuto a carenze a livello di conoscenze.

Lo stesso discorso vale più in generale per la valutazione della difficoltà di un compito, abilità in cui l'aspetto della consapevolezza è fortemente implicato. Ad esempio può essere una carenza a livello di consapevolezza quella che porta l'allievo a non saper valutare la difficoltà dei vari esercizi presenti in una verifica (e quindi, anche volendo, a non poter fare una scelta

strategica). Anche la valutazione del tempo necessario per svolgere un certo compito (prepararsi per un'interrogazione, svolgere un certo esercizio, o addirittura 'recuperare' su una certa parte del programma) richiede consapevolezza. La consapevolezza delle proprie risorse interviene inoltre in modo cruciale nello studio: se un allievo non conosce le proprie capacità di memorizzazione, di comprensione, ma anche di concentrazione e di attenzione, non potrà attivare davanti allo studio comportamenti strategici, in quanto le sue scelte (quanto studiare / come studiare / quando studiare) rischieranno di essere inadeguate alle risorse che ha. Pensiamo al ragazzo che ha difficoltà di concentrazione e studia con la musica ad alto volume; a quello che studia con un amico che ha tempi diversi dai suoi; a quello che pianifica di dedicare allo studio 6 ore di seguito (o di alzarsi alle 5 di mattina!) quando normalmente non riesce a stare sui libri per più di 10 minuti…
Ma anche in tutti questi casi non possiamo sottovalutare l'importanza della conoscenza del campo in questione: ad esempio un comportamento di studio inadeguato nei confronti della matematica può essere dovuto al fatto che l'allievo non conosce le caratteristiche della disciplina, e quindi la studia come studia altre materie con caratteristiche diverse. L'incapacità di decidere quale fra un gruppo di esercizi è il più facile (rispetto alle risorse che uno possiede) può essere dovuta al fatto che il soggetto non conosce le risorse che un esercizio richiede. Anche per l'abilità di autovalutarsi è difficile, se non impossibile, distinguere se un errore nell'attribuire il grado di certezza alla correttezza delle risposte date (quanto "sono sicuro") è dovuto a carenze a livello di consapevolezza o a carenze a livello di conoscenza[62].
Un altro aspetto importante nell'attività di risoluzione di problemi è la consapevolezza dei propri punti forti e deboli. Ad esempio sapere di essere trascurati nei conti, o di essere lenti, può portare ad attivare processi di controllo quali riguardare più volte i passaggi, o scegliere in una verifica gli esercizi che si ritiene richiedano meno tempo, o che diano più possibilità di riuscita. Naturalmente una caratteristica non è in assoluto un punto forte o debole: dipende dal tipo di compito. Essere alti più di 1.80 m è un punto forte se si deve tirare la palla nel canestro, ma è un punto debole se si deve fare una gara di equitazione. La stessa lentezza in matematica è un punto debole in contesto scolastico, dato che le verifiche hanno limiti di tempo, ma non lo è in assoluto nell'attività matematica. L'aspetto della consapevolezza interviene anche quando si fa una valutazione a priori della difficoltà del compito e delle possibilità di successo: tale valutazione infatti è frutto di un bilancio delicato fra la consapevolezza delle proprie risorse e le caratteristiche (o meglio: quelle che il soggetto crede essere le caratteristiche) del compito.

A parità di risorse il fatto di esserne consapevoli permette di attivare processi di controllo adeguati e di migliorare notevolmente la prestazione. Vediamo un esempio.
Supponiamo che a due soggetti, A e B, vengano elencati 10 oggetti da acquistare al supermercato. Supponiamo inoltre che A sia in grado di ricordare solo 5 nomi su 10, mentre B sia in grado di ricordarne 9.
Se A, a differenza di B, regola i propri comportamenti in base alle proprie risorse, e se conosce delle strategie efficaci, la prestazione di A potrà risultare migliore di quella di B nonostante che le risorse di partenza di B siano superiori. Ad esempio se A scrive la lista di oggetti da comperare, mentre B non attiva alcuna strategia, A tornerà con 10 oggetti, B con 9.

[62] D'altra parte operare distinzioni sottili e rigorose dal punto di vista teorico non è compito dell'insegnante. L'insegnante è certamente interessato a ipotesi di lavoro che gli consentano di progettare interventi mirati, ma il feedback continuo che ha con gli allievi gli fornisce dei potenti strumenti di controllo che il ricercatore non ha. L'osservazione degli allievi può mettere in crisi un'ipotesi e suggerirne un'altra: ed è questo il motivo per cui diventa fondamentale creare situazioni varie e articolate in cui l'insegnante possa osservare i comportamenti dei suoi studenti.

Potremmo dire che A ha *regolato* il proprio comportamento in relazione ai suoi limiti di memoria. E fin qui siamo ancora nell'ambito delle decisioni e dei processi di controllo. E' chiaro però che il comportamento di A deriva dal fatto che egli è consapevole dei propri limiti: addirittura possiamo immaginare che B non metta in atto processi di controllo perché magari è convinto di poter ricordare tutti e 10 gli oggetti.
Questa differenza a livello di prestazione non è dovuta evidentemente alle risorse disponibili, ma alla *gestione* di tali risorse: in questo aspetto di gestione come dicevamo non entrano in gioco solo i processi di controllo, o meglio, i processi di controllo che entrano in gioco sono fortemente influenzati dalla conoscenza che il soggetto ha riguardo alle risorse effettivamente disponibili.

I due aspetti che abbiamo considerato, e che sinteticamente possiamo chiamare *consapevolezza* e *controllo*, costituiscono l'oggetto di interesse di quell'area di studi indicata con *metacognizione*.
L'attenzione agli aspetti metacognitivi nasce in psicologia proprio nell'ambito degli studi sulla memoria (cfr. Cornoldi, 1995; Campione, Brown e Connell, 1988): in un lavoro del 1970 Tulving e Madigan criticano le ricerche sulla memoria, osservando che la ricerca ignora un fatto fondamentale che differenzia gli esseri umani dagli altri esseri viventi, e cioè che le persone hanno conoscenze e convinzioni sui propri processi di memorizzazione. Questa osservazione viene ripresa da Flavell (1971) che comincia a porsi domande quali: cosa sanno i bambini della propria memoria, e come arrivano a costruire tale conoscenza? Questo tipo di lavoro, che richiede ai bambini di riflettere sui propri processi di memoria, enfatizza la *consapevolezza* dei propri processi di pensiero.
Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, nello stesso periodo, ma da una prospettiva leggermente diversa, altri ricercatori (in particolare Ann Brown) si interessano al fallimento tipico degli interventi finalizzati a migliorare negli studenti le abilità di soluzione di problemi attraverso l'insegnamento esplicito di euristiche. Come abbiamo detto gli studenti non sembrano cogliere la significatività delle abilità apprese e di conseguenza sono in grado di utilizzarle solo se lo sperimentatore dà indicazioni di farlo: ed in effetti nonostante il rendimento migliori quando la situazione è sotto il controllo dello sperimentatore, gli studenti falliscono ripetutamente nell'usare la nuova competenza acquisita in modo autonomo. Questi risultati spingono quindi a lavorare sui processi di auto-regolazione o controllo e sull'uso di risorse strategiche, aspetto che riguarda essenzialmente il *controllo* della conoscenza, e che è quello particolarmente enfatizzato in educazione matematica.
Si riconoscono in definitiva (almeno) due aspetti nello studio della metacognizione, distinti ma correlati (v. Flavell, 1976; Brown et al., 1983; Schoenfeld, 1987):

- La conoscenza che l'individuo ha su se stesso come soggetto che apprende e sulle risorse che ha disponibili: è l'aspetto della *consapevolezza*, che Brown et al. (1983) definiscono "relativamente stabile, dichiarabile, spesso fallibile", e che è stato oggetto di interesse specialmente nell'ambito degli studi sulla memoria.
- L'autoregolazione, il monitoraggio e l'orchestrazione delle proprie abilità cognitive: è l'aspetto del *controllo*, particolarmente indagato come abbiamo visto nell'ambito degli studi sull'Intelligenza Artificiale (AI) e sull'Information Processing (IP).

Inoltre un aspetto trasversale che viene spesso incluso fra le abilità metacognitive è l'accuratezza nel descrivere il proprio pensiero: tale capacità, piuttosto limitata nei bambini, in genere si incrementa notevolmente con l'aumentare dell'età, pur rimanendo spesso inconscia nell'individuo.

In educazione matematica come abbiamo detto l’enfasi è soprattutto sui processi di controllo (Schoenfeld, 1987), ma gli esempi fatti sottolineano che non bisogna sottovalutare il legame fra l’attivazione dei processi di controllo e la consapevolezza.

Abbiamo quindi una prima risposta alla domanda che ci siamo posti: i processi di controllo, e più in generale i processi decisionali di un soggetto quando risolve un problema, sono influenzati dalla consapevolezza che egli ha delle risorse disponibili.

2. I SISTEMI DI CONVINZIONI

Gli aspetti metacognitivi non sono però gli unici fattori che entrano in gioco nei processi decisionali di un individuo che risolve un problema.
Già nel terzo capitolo abbiamo avuto occasione, a proposito delle risposte 'irrazionali' messe in evidenza dalle ricerche di Kahneman e Tversky, di considerare alcune possibili interpretazioni dei comportamenti dei soggetti, quali l'importanza del contesto, e la distinzione fra pensiero logico-scientifico e pensiero narrativo. L'obiettivo che qui ci siamo posti, di individuare i fattori che influenzano i processi decisionali di un soggetto che risolve un problema, ci permette anche di riprendere e approfondire le osservazioni fatte, utilizzando gli strumenti teorici del problem solving presentati nel capitolo precedente.
Immaginiamo che uno studente abbia deciso di recuperare l’insufficienza a matematica. Le risorse e le strategie che utilizzerà per recuperare dipenderanno naturalmente da cosa vuol dire per lui *andar bene in matematica*. Vuol dire imparare e memorizzare un elenco di formule, da ripetere all’insegnante? Saperle applicare agli esercizi che l’insegnante proporrà? Vuol dire saperle ricostruire e motivare? E’ chiaro che a seconda dei casi l’impegno dello studente seguirà direzioni diverse: lo stesso scopo di ‘recuperare’ a seconda delle *convinzioni* che l’allievo ha costruito a riguardo verrà perseguito facendo ricorso a risorse e strategie diverse. Potremmo anche dire che lo stesso *contesto* del ’recupero’ verrà caratterizzato in modo diverso a seconda delle convinzioni che l’allievo ha su cosa vuol dire andar bene in matematica.

Il costrutto di 'convinzione' (o 'credenza') - traduzione dall'inglese *belief* - è mutuato dalla psicologia sociale (si veda ad esempio Rokeach, 1960), cosa non inusuale per l'educazione matematica, che è un po' una terra di confine fra diverse aree disciplinari. In educazione matematica l'attenzione alle convinzioni nasce negli anni '80 nell'ambito della ricerca sul problem solving, proprio per spiegare il fallimento di soggetti che sembrano possedere le risorse necessarie per riuscire. Nei primi studi in realtà i termini 'beliefs' e 'misconceptions' sono usati quasi come sinonimi, tanto che le ricerche portate a sostegno dell'importanza dei beliefs sono le stesse citate per definire i misconcetti: soprattutto quelle di Mc Closkey nell'ambito della fisica, e di Kahneman e Tversky nell'ambito dei processi decisionali. Ma gradatamente l'accezione data al termine 'beliefs' si allarga superando l'ambito puramente cognitivo tipico dei misconcetti. Ad esempio la posizione di McLeod, uno dei primi ricercatori a sottolineare la necessità di una sistemazione teorica di questo e di altri costrutti, è che "i sistemi di convinzioni possono essere applicati al contenuto matematico, per esempio, o all'idea che un individuo ha delle proprie possibilità di successo nel risolvere un problema" (McLeod, 1985, p. 268).
Come già in psicologia sociale, anche in educazione matematica l'attenzione iniziale dei ricercatori è rivolta più all'elaborazione di strumenti d'osservazione che alla sistemazione teorica del costrutto, in particolare alla sua definizione. E' difficile trovare definizioni esplicite di 'convinzione', e laddove ci sono, appaiono estremamente ingenue; d'altra parte questa ambiguità teorica espone molti studi sperimentali a critiche di *circolarità*: spesso non è chiaro se l'influenza delle convinzioni sul comportamento è quello che si assume o quello che si vuole verificare (Lester, 2002).

Ma queste considerazioni qui ci interessano relativamente: ci basta osservare che quello di *convinzione* è uno dei costrutti utilizzati in educazione matematica per descrivere fenomeni significativi dal punto di vista didattico, nell'ottica del modello costruttivista dell'apprendimento (v. Zan, 2000b). Ricordiamo che secondo tale modello il discente, e più in generale l'individuo, continuamente interpreta il mondo intorno a sé, mettendo in relazione i fatti osservati con le esperienze precedenti: le convinzioni sono proprio il risultato di questo continuo tentativo di dare un senso alla realtà, e nello stesso tempo determinano gli schemi con cui l'individuo si avvicina al mondo e quindi interpreta l'esperienza futura[63].
In educazione matematica quindi le convinzioni degli allievi sono viste come il risultato del loro continuo processo d'interpretazione delle esperienze con la matematica; d'altra parte determinando a loro volta gli schemi in base ai quali l'esperienza futura viene interpretata, esse agiscono da guida nella selezione delle risorse da attivare; in particolare possono inibire a priori l'utilizzazione delle risorse adeguate (Silver, 1982).
L'esempio iniziale dello studente che intende recuperare mette bene in evidenza questo ruolo di guida che le convinzioni hanno nel dirigere le azioni di un individuo. Potremmo anche dire che le convinzioni, o meglio i *sistemi di convinzioni*, costituiscono la cornice all'interno della quale un individuo seleziona e impegna le risorse cognitive, cioè prende decisioni (Schoenfeld, 1983a).

L'espressione *sistemi di convinzioni* rimanda al modello presentato da Green (1971) e adottato da molti ricercatori per sottolineare l'importanza delle interazioni fra le varie convinzioni, e per descrivere la natura di tali interazioni. Una singola convinzione può infatti influenzare il comportamento in modi molto diversi fra loro, a seconda del sistema di convinzioni in cui è inserita (Di Martino, 2004). Ad esempio molti hanno la convinzione che 'per riuscire in matematica bisogna essere portati', ma diverso è se chi ha questa convinzione sulla matematica ha anche la convinzione 'e io sono portato' oppure no.
Secondo il modello di Green le convinzioni si organizzano per lo più in strutture relativamente stabili, appunto i cosiddetti *sistemi di convinzioni*, caratterizzati da alcune proprietà[64]:
1. La struttura quasi –logica.
Le relazioni fra convinzioni non possono essere definite logiche, in quanto alcune convinzioni possono anche essere in contraddizione con altre. Osserva a questo proposito Gardner: "I bambini portano nella propria coscienza un gran numero di copioni, stereotipi, modelli e credenze. Questi schemi concettuali, se esaminati analiticamente, possono celare molte contraddizioni interne. […] Queste contraddizioni, però, vengono notate solo raramente, e anche quando lo sono, raramente turbano il bambino. Va aggiunto, poi, che gli adulti portano con sé analoghi complessi di enunciati e sentimenti conflittuali (per esempio, nella sfera politica), la cui natura contraddittoria raramente diventa motivo di turbamento nella vita di ogni giorno" (Gardner, 1991, tr. it. p.111).
Nonostante questo, all'interno del sistema di convinzioni di una persona alcune convinzioni seguono 'logicamente' da altre. Ad esempio se un allievo ritiene che per andar bene in

[63] A questo proposito Gardner (1991) parla invece di *copioni*, di *conoscenze ingenue*, di *teorie ingenue*. D'altra parte come abbiamo già osservato nel caso dei misconcetti uno stesso fenomeno può essere descritto da ricercatori diversi facendo riferimento a termini, costrutti, quadri teorici diversi.
[64] A tali proprietà fanno riferimento anche alcuni ricercatori per risolvere lo spinoso problema della differenza fra conoscenza e convinzioni, su cui qui non ci soffermeremo. Il problema, tuttora aperto, è affrontato in diversi modi. Secondo alcuni (Ponte, 1994) non c'è distinzione fra convinzioni e conoscenza: le convinzioni sono parte della conoscenza, addirittura tutta la nostra conoscenza poggia in definitiva su convinzioni che hanno il ruolo di proposizioni non dimostrate. Altri invece affrontano la questione indirettamente, confrontando le caratteristiche della conoscenza con quelle delle convinzioni, e facendo riferimento per questo proprio alla struttura dei sistemi di convinzioni (Törner e Pehkonen, 1996).

matematica bisogna avere delle doti particolari, e ritiene inoltre di non possedere tali doti, dall'interazione di queste due convinzioni deriverà la convinzione 'io non posso andar bene in matematica'.
Quindi ogni persona ha nel suo sistema di convinzioni una struttura che possiamo definire 'quasi-logica', nel senso che ci sono alcune convinzioni *primarie* ed altre *derivate*. Questo ordine quasi-logico dipende dalla persona.
2. La ‘centralità psicologica’ (si veda anche Rokeach, 1969).
Questo aspetto ha a che fare con la ‘forza’ psicologica delle convinzioni, cioè il 'grado di fiducia' che le caratterizza: in questo senso si possono distinguere convinzioni *centrali* (quelle con maggior 'forza' psicologica e quindi più difficili da sradicare) e convinzioni *periferiche*.
Le due dimensioni precedenti sono ortogonali: una convinzione può essere centrale ma non primaria, e viceversa. Ad esempio uno studente può ritenere che chi è intelligente ha senz'altro successo in matematica (convinzione *primaria*), e dal proprio fallimento dedurre quindi di non essere abbastanza intelligente (convinzione *derivata*). Quest'ultima convinzione, seppure derivata, avrà probabilmente maggiore forza psicologica di quella da cui deriva, cioè sarà più *centrale*.
In ogni caso il fatto che una convinzione sia o meno primaria / centrale dipende *non* dalla convinzione in sé, ma da come è organizzata nel sistema di convinzioni di *quel* particolare individuo.
3. La struttura 'a grappolo'.
Le convinzioni sono organizzate in settori relativamente isolati, hanno cioè una struttura 'a grappolo': questo permette ad un individuo di avere convinzioni fra loro contraddittorie.

Lo studio delle convinzioni nella loro organizzazione in sistemi potrebbe forse aiutare a superare un’ambiguità spesso riscontrata in quest’area, che ha a che fare con gli strumenti di osservazione scelti: la contraddizione fra le convinzioni che un soggetto ‘dichiara’ (ad esempio quando risponde ad un questionario appositamente preparato) e quelle che invece ‘pratica’, cioè quelle che sembrano guidare i suoi processi decisionali. Questa contraddizione è stata messa in evidenza da molti ricercatori (v. in particolare Schoenfeld, 1989). Si può ipotizzare allora che le convinzioni *centrali* siano quelle che dirigono i comportamenti: per portarle alla luce occorre però privilegiare contesti naturali quali l'attività matematica in classe, piuttosto che artificiosi come la compilazione di un questionario.

Ma soprattutto lo studio delle convinzioni nella loro organizzazione in sistemi appare cruciale per affrontare un problema centrale nell'ottica del recupero: il cambiamento delle convinzioni. Per ottenere un effettivo cambiamento l'intervento dovrebbe coinvolgere le convinzioni *centrali*, e d'altra parte pare più efficace modificare una convinzione *primaria*, piuttosto che una derivata: queste osservazioni suggeriscono di individuare le convinzioni centrali, ma anche di riconoscere se sono primarie o derivate, ed in quest'ultimo caso di intervenire su quelle primarie da cui esse derivano. Il problema è che l’organizzazione delle convinzioni è personale: la stessa convinzione può essere primaria per un soggetto, derivata per un altro, centrale per uno, periferica per un altro. Questo implica che lo studio delle convinzioni deve essere individualizzato: in questo senso può essere importante conoscere la ‘storia’ di un allievo (ad esempio attraverso temi, diari, ecc.), perché ci può dire qualcosa su come si sono formate le sue convinzioni, in particolare su quali possono essere quelle primarie.

Andiamo adesso ad analizzare più in dettaglio:
- le convinzioni sul compito
- le teorie del successo
- le convinzioni sulla matematica

- le convinzioni su di sè.

2.1 Le convinzioni sul compito

Supponiamo che un allievo debba risolvere il seguente problema (Dreyfus, 1991):
Trova almeno una soluzione dell'equazione $4x^3 - x^4 = 30$*, oppure spiega perché non esistono soluzioni.*

Se l'allievo vede il problema come un problema di algebra (in fondo si parla di equazioni, e la prima parola del testo è "trova") e ritiene che il contesto dell'algebra sia caratterizzato da certe procedure (essenzialmente la manipolazione di espressioni algebriche), queste convinzioni lo guideranno nel processo risolutivo, ed in particolare gli impediranno di provare altre strade: ad esempio quella di dimostrare che *non* esistono soluzioni, utilizzando l'osservazione che la funzione $f(x)= 4x^3 - x^4$ ha valore massimo 27, e quindi non può assumere il valore 30.

L'importanza delle convinzioni sul compito rimanda a quello che abbiamo detto nel terzo capitolo sul legame fra contesti, scopi e razionalità. Abbiamo visto che le decisioni prese da un soggetto dipendono dal contesto in cui il soggetto si pone, e dagli scopi che caratterizzano tale contesto, tanto che certi comportamenti apparentemente irrazionali, come quelli evidenziati nel test su Linda, appaiono invece razionali e comprensibili alla luce di contesti diversi.
Ma la selezione di un contesto o di un altro è anch'essa risultato di un continuo processo di interpretazione, ed è quindi influenzata dagli schemi interpretativi del soggetto, cioè dalle sue convinzioni. Nell'esempio fatto sopra l'allievo associa all'equazione ed alla particolare formulazione del compito il contesto dell'algebra, ed è in quel contesto che si colloca mentalmente per risolvere il problema. A questo punto intervengono altre convinzioni, come quella che vede il contesto dell'algebra caratterizzato da manipolazioni algebriche più o meno automatiche. Queste convinzioni dirigeranno le decisioni del soggetto *all'interno* del contesto in cui si è messo.
In altre parole anche la caratterizzazione di un determinato contesto in termini di scopi è oggetto di interpretazione, e quindi è influenzata dalle convinzioni che il soggetto ha. Nell'esempio di apertura (dello studente che decide di recuperare l'insufficienza in matematica) il contesto del recupero viene caratterizzato in modo diverso a seconda della visione che il soggetto ha della matematica, in particolare delle convinzioni che ha riguardo all'aver successo in matematica.
In definitiva le convinzioni di un soggetto influenzano profondamente i processi decisionali sia nel dirigere la scelta del contesto in cui collocare il problema che nel caratterizzare tale contesto in termini di scopi.

Come abbiamo osservato le convinzioni sul compito possono avere un carattere più o meno locale a seconda della generalità del compito stesso. Un esempio di carattere generale è dato dalle convinzioni che hanno gli allievi sui problemi. Schoenfeld (1985b) osserva a questo proposito che molti studenti hanno sul problem solving convinzioni generali, spesso implicite, quali:
- la matematica formale ha poco o niente a che fare col pensiero reale e col problem solving;
- i problemi di matematica si possono sempre risolvere in meno di 10 minuti;
- solo i geni sono capaci di scoprire o creare in matematica.

Una delle mie prime ricerche condotte con bambini della scuola elementare, cui ho accennato nei capitoli precedenti (Zan,1991 e 1992; Zan, 1998), si poneva esplicitamente la finalità di portare alla luce le convinzioni dei bambini sui problemi.

Ad ognuno di tre gruppi di 250 bambini frequentanti le cinque classi elementari ho posto una delle seguenti domande:
- Fai un esempio di problema.
- Che cos'è per te un problema?
- Cosa ti fa venire in mente la parola *problema*?

Le risposte dei bambini evidenziano la presenza di due modelli concettuali distinti e indipendenti di problema reale e di problema scolastico, identificato in genere con il problema di matematica: tale distinzione può contribuire a spiegare la frattura spesso riscontrata fra problemi reali e scolastici a livello di processi risolutivi, e d'altra parte può avere origine nella formulazione standard del problema scolastico di cui abbiamo parlato nel quarto capitolo[65].
Inoltre gli schemi in base ai quali i bambini riconoscono un problema matematico portano a definire diverse 'categorie' di soggetti (Poli e Zan, 1996 a, b):
- i *formalisti*, che riconoscono il problema da caratteristiche formali del testo, quali la presenza di numeri e di una domanda: *"Secondo me il problema e un insieme di parole con scritti dei numeri"* [4ª elementare];
- gli *strutturali*, secondo i quali il problema è caratterizzato dal fatto di richiedere l'uso di ragionamenti: *"Per me un problema è un esercizio per la mente"* [5ª elementare];
- gli *operativi*, per i quali il problema è caratterizzato dal fatto di richiedere l'uso di operazioni aritmetiche: *"Per me un problema è dove bisogna pensare a se dividere, moltiplicare, addizionare, togliere i seguenti numeri"* [4ª elementare];
- i *pragmatici*, che riconoscono il problema da elementi contingenti, come il fatto di essere presentato nell'ora di matematica: *"Il problema è una cosa che si fa sul quaderno a quadretti"* [3ª elementare].

2.2 Le teorie del successo

Nell'ambito delle convinzioni sul compito sono particolarmente interessanti le cosiddette *teorie del successo*, che comprendono le convinzioni sugli obiettivi dell'insegnamento e sulle aspettative dell'insegnante, le convinzioni su cosa vuol dire aver successo in matematica e quali sono le cause del successo o le strategie da attivare per aver successo.
Vediamo alcuni esempi di convinzioni sul successo in matematica molto diffuse soprattutto fra gli allievi con difficoltà.

- Per studiare matematica basta fare esercizi, non è necessario studiare la teoria.

La teoria oggetto delle spiegazioni dell'insegnante o dei libri di testo viene interpretata come 'istruzioni per l'uso' e quindi può essere dimenticata appena si acquisisce la tecnica. In altre parole succede con la teoria matematica quello che succede con il libretto di istruzioni di un nuovo elettrodomestico: una volta che abbiamo imparato ad usarlo possiamo dimenticarci delle istruzioni, ed il libretto può essere chiuso in un cassetto; lo andremo a cercare solo nel caso di un mancato funzionamento che non sappiamo come risolvere, e solo con quel preciso obiettivo.

- Il buon senso in matematica non serve.

Capita spesso all'insegnante di matematica di rimanere sconcertato di fronte a comportamenti apparentemente 'irrazionali' di uno studente, ad esempio bloccato davanti ad un passaggio che richiederebbe *solo* un po' di buon senso. Se si comportasse così fuori dalla scuola, pensa l'insegnante, cosa gli potrebbe capitare? A volte non resistiamo alla tentazione di suggerire:

[65] Più precisamente nel paragrafo 4.11 abbiamo osservato come nel problema scolastico standard la situazione descritta (il *contesto*) non sia in genere una situazione problematica. A differenza del problema reale quindi la domanda finale non scaturisce in modo 'naturale' dal contesto, ma è artificiosamente legata a tale contesto solo dal vincolo di dover usare dati numerici in esso presenti.

“Ma usa il buon senso! Ragiona”. In genere l'allievo non reagisce a questa raccomandazione, addirittura sembra ignorarla volutamente.
Possiamo cercare di indovinare i pensieri dell'allievo, i motivi della sua diffidenza: quando mai il buon senso ha avuto diritto di cittadinanza in matematica? Se di fronte ad una proprietà geometrica evidente egli osa dire che *"si vede dal disegno"*, il suo intervento viene subito censurato: *non si può* far riferimento al disegno, *bisogna* dimostrare. Se davanti ad una proprietà che si verifica per un numero elevato di casi decide di considerarla attendibile gli viene detto: "*non* in matematica"!
In realtà quello che l'insegnante intende per buon senso è l'uso di una razionalità *interna* alla matematica, che rispetta le sue regole del gioco e la sua struttura di disciplina teorica, in cui il ragionamento deduttivo è lo strumento privilegiato. Questo buon senso può essere ben lontano dal senso comune, in cui sono invece strumenti fondamentali l'intuizione e le scorciatoie suggerite dall'osservazione.

- Per imparare la matematica ci vuole tanta memoria.

A differenza delle precedenti questa convinzione discrimina in genere gli allievi che hanno difficoltà in matematica da quelli che non ne hanno. Gli allievi che vanno bene in matematica e cui la matematica piace la ritengono in genere una materia in cui è più importante capire che studiare, ed in cui il ruolo della memoria è meno importante che in altre discipline, quali ad esempio la storia o la geografia.
Queste due posizioni contrapposte sono riconoscibili nei seguenti stralci di temi:

"La matematica è molto impegnativa, infatti è tutto con i calcoli es. frazioni, problemi, espressioni normali e a due piani e ancora tanti esercizi. Il mio rapporto con la matematica è molto peggiorato perché bisogna ricordarci le regole e come si svolgono gli esercizi." [Silvia**,** 3ª media]

"Imparare le cose a memoria (a parte qualche formula) non mi é mai piaciuto e questa materia, insieme alla Fisica, mi offrono motivo di ragionamento e di discussione. Essa mi piace perché è una materia dove bisogna ragionare, e se non lo fai diventa difficile e molto faticosa, per non dire impossibile. […] Questa é una materia dove bisogna prima capire il problema, cosa chiede e dove vuole arrivare." [Danilo, 3ª superiore]

In realtà è possibile che l'importanza attribuita alla memoria nello studio della matematica non sia una convinzione primaria, ma che derivi dalla convinzione di non essere in grado di capire: in altre parole se l'allievo è convinto di non poter capire, può pensare di doversi accontentare del più semplice memorizzare.

Se le convinzioni sul successo in genere guidano i processi di controllo, nel senso che suggeriscono in quale direzione investire risorse, può anche accadere che li inibiscano completamente.
E' questo il caso della convinzione:

- Per andar bene in matematica bisogna essere portati.

In realtà non è questa convinzione in sé ad inibire l'investimento di risorse in matematica, ma piuttosto l'interazione con la convinzione '*Ed io* non sono portato'. La prima di queste convinzioni (*Per andar bene in matematica bisogna essere portati*) trova terreno fertile nella nostra società, che considera l'insuccesso in matematica più naturale del successo[66]; la seconda ('*Ed io* non sono portato') viene spesso alimentata in famiglia, e rientra nelle convinzioni che l'allievo costruisce su di sè.

[66] Su questi aspetti rimando a Furinghetti (2002).

Questo ultimo esempio da un lato sottolinea che all'interno dei sistemi di convinzioni le convinzioni che un soggetto ha su di sé sono particolarmente significative (perché spesso psicologicamente centrali), dall'altro suggerisce che la dimensione della *controllabilità*, che abbiamo considerato nel caso delle attribuzioni di successo e fallimento, si può riferire anche alle teorie del successo[67].
D'altra parte sia le teorie del successo che le attribuzioni di successo e fallimento nascono dall'interpretazione del successo e del fallimento in matematica: la differenza sta nel fatto che le attribuzioni sono legate alla ricerca delle cause del fallimento o successo di un'esperienza personale, e quindi sono rivolte al passato e ad esperienze specifiche, ed interagiscono profondamente con le convinzioni che l'allievo ha su di sé; le teorie del successo invece sono più generali (sia perché riferite a più situazioni sia perché riferite all'esperienza non solo personale) e sono proiettate anche verso l'esperienza futura.

L'importanza delle teorie del successo nell'ottica del recupero è almeno duplice: da un lato esse dirigono il comportamento dell'allievo verso il successo (ad esempio possono spingerlo a studiare a memoria le formule, piuttosto che a cercare di comprenderle), dall'altro costituiscono gli schemi attraverso i quali l'allievo riconosce il proprio successo o fallimento.
In particolare le teorie del successo dell'allievo possono anche portarlo a non condividere un fallimento riconosciuto dall'insegnante. Ad esempio se secondo l'allievo andar bene significa dare risposte corrette, una risposta corretta ottenuta con procedimenti scorretti sarà percepita come successo, non come un fallimento.
Questo ci porta a riflettere sul fatto che anche il successo può essere connotato in modi diversi. In contesto scolastico ad esempio alcuni allievi identificano il successo in matematica con il rendimento, cioè con i voti buoni, delegando quindi il riconoscimento del successo stesso all'insegnante; altri identificano il successo con la percezione di capire.
A questi diversi modi di vedere il successo corrispondono naturalmente diverse *teorie del successo*. Se il successo è identificato con un buon rendimento, l'allievo dirigerà l'impegno nella direzione che a suo parere *l'insegnante* ritiene 'giusta': giocano quindi un ruolo cruciale in questo caso le sue convinzioni sulle aspettative dell'insegnante. Inoltre diventano indicatori di successo i comportamenti che in genere vengono premiati dall'insegnante: la velocità nel dare le risposte (anche se d'altra parte si sottolinea spesso che la matematica richiede ragionamento e riflessività), e la loro correttezza.
Così lentezza e risposte scorrette vengono percepiti come ostacoli insormontabili al successo, ed il *tempo* e gli *errori* diventano nemici:

"Spesso se non sempre mi sentivo frustrato, provavo invidia per i miei compagni soprattutto tra i maschi, quando con disinvoltura riuscivano a svolgere i compiti in classe. Io li guardavo e pensavo come fosse possibile che avessero già terminato il compito, mentre io fossi solo al primo esercizio che non riuscivo neppure a concludere. Li guardavo e vedendo che ero l'ultimo o quasi a dover consegnare il compito mi agitavo e allora sì che la mente mi sembrava più vuota che mai, con lo sguardo cercavo aiuti." [Marco, 5ª superiore]

"Il mio problema non è il non saperli svolgere, ma è la paura di sbagliare, infatti tutt'ora, anche nelle interrogazioni ho sempre paura di fare errori, di rispondere male, anche se le cose le so" [Danilo, 2ª superiore]

Questi stralci sottolineano come la percezione di fallimento sia fortemente legata ad aspetti emozionali: paura, ansia, ma anche rabbia e frustrazione.

---

[67] L'esempio porta anche ad osservare la sottile differenza fra la controllabilità del successo e la controllabilità delle *cause* del successo: se ritengo di aver successo in matematica in quanto sono 'portata', percepirò come controllabile il successo, ma come incontrollabile la causa.

Quando il successo è identificato col 'capire', è la percezione di non capire che viene associata al fallimento. Cambia l'indicatore ma non cambia l'intensità emozionale di questo tipo di esperienze:

"L'unica cosa che non mi piace della matematica è che ci sono operazioni o numeri che non riesco a capire tipo: 0,3 periodico. È un numero infinito, allora come si fa a dividerlo e magari ad avere un risultato finito o ad ottenerlo da numeri finiti? Questo mi fa incavolare perché io le cose le voglio capire, arrivarci con la mia testa, ma a volte, esempio qui, non ci riesco." [Francesco, 2ª superiore]

"A me piace molto questa materia per come riesce a diventare sempre più intrigante e complessa, ogni tanto infatti arrivo ad odiarla per non riuscirne a capirne ogni concetto." [Marta, 2ª media]

Delle convinzioni sul successo ha poco senso a mio parere dire che sono giuste o sbagliate. Mi sembra più opportuno parlare di convinzioni *vincenti* o *perdenti*: vincenti in un certo contesto, con un certo insegnante, perdenti in un altro, con un altro insegnante. La convinzione che per andar bene in matematica basta saper fare esercizi risulta spesso vincente nella scuola superiore: del resto, non è un caso se si è formata! Più in generale certe teorie del successo che in un ordine di scuola, o con un certo insegnante, sono risultate vincenti, possono essere perdenti in un altro ordine di scuola, o con un altro insegnante.
E' naturale quindi che le teorie del successo evolvano con il passare del tempo e soprattutto con il cambiamento del contesto (scuola, insegnante, ...), ma a volte questo non accade, causando gravi difficoltà. In generale nel passaggio da un ordine di scuola ad un altro non cambiano solo i programmi, i contenuti: cambiano spesso le richieste degli insegnanti, e le teorie del successo riflettono, anche se non fedelmente, tali richieste. Così i problemi di raccordo possono essere legati proprio ad una mancata evoluzione delle teorie del successo al nuovo contesto in cui l'allievo si viene a trovare: tipico il caso dello studente 'bravo' in matematica alle scuole superiori che si iscrive a Matematica e non modifica la convinzione che 'per capire la matematica basta ascoltare la spiegazione dell'insegnante, non importa studiare'[68].

2.3 La visione della matematica

Le convinzioni sul successo riflettono la visione della matematica, spesso implicita e comunque in continua evoluzione, che l'allievo ha costruito.
Così ognuna delle convinzioni sul successo che abbiamo preso in considerazione suggerisce una particolare visione della matematica o dell'esperienza matematica: spesso tali convinzioni sono presenti nello stesso allievo e concorrono nel delineare una visione complessiva della disciplina.
La convinzione che "il buon senso in matematica non serve" rimanda ad una visione dell'attività matematica come dissociata dal senso comune, e dalla realtà: un'attività priva di senso, che rimane estranea all'allievo.
Le teorie del successo che sottolineano il ruolo della memoria suggeriscono una visione della matematica come disciplina di prodotti, piuttosto che di processi: l'unico modo per controllare i prodotti, se questi sono percepiti come diversi l'uno dall'altro (come succede quando l'allievo non controlla il processo che li rende simili), è quello di ricordarli.
La convinzione che "per andar bene in matematica basta saper fare esercizi" rimanda ad una visione della disciplina *strumentale*, secondo la categorizzazione di Skemp (1976). A tale visione strumentale, secondo la quale la matematica è un insieme di formule da memorizzare e da applicare, Skemp contrappone una visione *relazionale*, secondo la quale la matematica è

[68] Ma se spostiamo l'attenzione sui docenti il problema del raccordo può anche essere attribuito alla differenza delle *loro* teorie del successo, e soprattutto al fatto che spesso non vengono esplicitate.

caratterizzata da relazioni ed anche l'applicazione di formule prevede la comprensione del *perché* tali regole funzionano. Seppur apertamente schierato per un insegnamento che punti ad una comprensione di tipo relazionale, Skemp cerca comunque di individuare i possibili vantaggi di un approccio di tipo strumentale, concludendo che una delle più grandi differenze si gioca sui tempi: in un approccio strumentale è più facile ottenere risultati nel breve periodo, mentre un approccio relazionale è di più difficile gestione nei tempi brevi ma solitamente garantisce risultati più duraturi nel tempo, perché è minore il ruolo della memoria (portando all'estremo un approccio strumentale, ogni singolo prodotto è un differente risultato da ricordare, con uno sforzo mnemonico che è facilmente immaginabile).
Alle due diverse visioni della matematica corrispondono due modi diversi di interpretare la parola 'capire':

"Ora sono in seconda e con la professoressa ho frequentato il corso di recupero e ho partecipato alle lezioni ed un po' ho capito però dopo mi dimentico il meccanismo." [Davide, 2ª superiore]

"*Fino alle medie la matematica mi è sempre riuscita, perché ho sempre capito i ragionamenti, perché anche alle medie si faceva più teoria ed i tempi per capire un argomento erano più lunghi di quanto non siano stati quelli di questo anno scolastico. Seguendo di più il libro di teoria io mi trovavo meglio a studiare anche per i compiti."* [Paola, 1ª superiore]

Il 'capire' del primo tema fa riferimento ad un meccanismo da ricordare, a regole da memorizzare e da applicare, potremmo dire ad obiettivi di immediata spendibilità, a tempi brevi ("*dopo mi dimentico"*). Nel secondo tema la stessa parola 'capire' è associata alle parole *ragionamenti*, *teoria*, richiama esplicitamente *tempi lunghi*.
Skemp osserva che anche l'insegnante, come l'allievo, può avere una visione strumentale o relazionale. Di conseguenza in classe possono presentarsi 4 combinazioni diverse:
- allievo: visione relazionale; insegnante: visione relazionale
- allievo: visione strumentale; insegnante: visione strumentale
- allievo: visione strumentale; insegnante: visione relazionale
- allievo: visione relazionale; insegnante: visione strumentale.

Le combinazioni più problematiche sono quelle in cui allievo ed insegnante hanno una visione diversa. In questo caso il successo sancito dall'insegnante è diverso dal successo riconosciuto dall'allievo. La combinazione più frequente è senza dubbio quella in cui l'allievo ha una visione strumentale e l'insegnante una visione relazionale: quando l'allievo dice *"ho capito"*, in realtà intende dire una cosa diversa da quella che intende l'insegnante. Ma può capitare anche il contrario: che l'allievo abbia una visione relazionale e l'insegnante una visione strumentale. In questo caso per l'allievo 'capire' significa comprendere i perché, le relazioni, mentre per l'insegnante significa applicare correttamente le regole apprese. Questo può contribuire a creare negli allievi meno sicuri la convinzione di non essere adeguati per la matematica (ad esempio perché ritengono di essere gli unici a non capire, visto che i compagni sembrano non avere difficoltà), e a favorire un atteggiamento negativo nei confronti della disciplina:

"Ora me la cavicchio, ma non perché riesco a ragionare sulle formule, ma perché le applico e basta. Sono sicura che se dovessi fare un compito con dei "perché" sulle formule, non sarei in grado nemmeno di scrivere una parola.
Andando avanti per la mia strada, le equazioni di primo grado, quelle di secondo grado e i radicali nel campo del turismo non servono, ma queste cose le facciamo per imparare a ragionare giusto…?
Ma se io le faccio perché so le regole ma non le capisco, a cosa mi servono?
Ci sono persone che passano la loro vita a studiare la matematica, ma io mi chiedo come facciano. Se potessi, la matematica sarebbe una materia che smetterei di studiare, visto che la odio. Penso che

questo "sentimento" dipenda dal fatto che il mio studio è stato sempre di tipo mnemonico, meccanico senza la preoccupazione di capire veramente l'esercizio che dovevo svolgere.
Colpa mia o degli insegnanti?" [Giulia, 2ª superiore]

In realtà questo tema suggerisce un ulteriore elemento di complessità: l'insegnante può avere un approccio relazionale quando insegna, ma accontentarsi di un approccio strumentale quando valuta, ad esempio perché lo ritiene più facile, ed accessibile quindi ad un maggior numero di allievi.

Le convinzioni sulla matematica che abbiamo considerato - disciplina dissociata dal senso comune, di prodotti più che di processi, di regole da memorizzare e applicare più che da comprendere - si alimentano spesso a vicenda, ed è facile quindi che siano presenti nello stesso allievo. L'organizzazione di tali convinzioni in strutture coerenti e relativamente stabili rimanda ad una visione della matematica che potremmo definire *epistemologicamente distorta*, in quanto lontana da quella condivisa dagli esperti (Schoenfeld, 1985b, parla di epistemologia *non matematica*). Se da un lato l'epistemologia distorta di molti studenti con difficoltà evolve con l'esperienza scolastica, dall'altro costituisce la chiave di lettura di tale esperienza: così se un allievo ha una visione strumentale, tenderà ad interpretare le spiegazioni dell'insegnante o del libro di testo come 'istruzioni per l'uso', e la sua visione strumentale ne risulterà in definitiva rafforzata.

2.4 Convinzioni su di sè

Abbiamo già sottolineato in uno dei paragrafi precedenti l'importanza della consapevolezza delle proprie risorse per l'attivazione di efficaci processi di controllo. La parola 'consapevolezza' rimanda ad una visione oggettiva di tali risorse, ma in realtà l'individuo agirà sulla base delle risorse che *ritiene* di avere.
E' in questo contesto che emerge l'importanza delle convinzioni che l'allievo ha su di sé in relazione alla matematica. In particolare se l'allievo ritiene di non poter controllare la disciplina rinuncerà ad attivare processi di controllo.
Un esempio suggestivo è quello portato da Brown e al. (1983) nel paragrafo intitolato *Beyond Cold Cognition* che conclude il loro lavoro sulla metacognizione. I ricercatori sottolineano che alcuni bambini fanno resistenza all'apprendimento proprio a causa della loro auto-diagnosi di incompetenza, e portano come esempio il caso di Daniele, un bambino in difficoltà di 10 anni seguito dalla Brown. Durante il loro primo incontro in laboratorio, di fronte al primo compito da svolgere, Davide chiede: *"È una cosa di memoria?"* e ancora: *"Non te l'hanno detto che io non so fare queste cose?" – "Non te l'hanno detto che io non ho memoria?"* Gli autori commentano che, vista questa devastante valutazione delle proprie abilità, non sorprende che Daniele sia stato diagnosticato come passivo, addirittura resistente in situazioni che egli classifica come test per verificare proprio quella facoltà che ritiene di non possedere.

Convinzioni di questo tipo possono avere un effetto paralizzante sull'apprendimento, costituire una 'formidabile barriera affettiva' (Shaughnessy, 1985), impedendo di fatto ad un soggetto di utilizzare le conoscenze che pure possiede: perché l'allievo investa le energie e le risorse necessarie per l'attivazione di processi di controllo deve credere di avere le risorse (che ritiene) necessarie, deve credere *di potercela fare*.
La convinzione di *potercela fare* nel contesto della matematica, cioè la percezione di poter padroneggiare la disciplina, viene descritta in educazione matematica da costrutti quali la confidenza in matematica (*math confidence*) o il concetto di sé matematico (*math self-concept)*, peraltro usati in modo spesso ambiguo dai ricercatori (Pajares e Miller, 1994). Viene spesso identificata anche con il *senso di auto-efficacia* (ed è l'espressione che

preferisco e che quindi userò), anche se nella definizione originaria (Bandura, 1986) il senso di auto-efficacia ha un'accezione locale e non globale: è definito cioè come la convinzione di poter eseguire un compito specifico all'interno della disciplina.

E' chiaro che le convinzioni su di sè in relazione alla matematica sono profondamente intrecciate da un lato con le teorie del successo e la visione della matematica (come abbiamo visto nell'esempio della convinzione 'Io non sono portato per la matematica'), dall'altro con la percezione di fallimento: gioca un ruolo cruciale in questa interazione il processo di attribuzione causale che abbiamo descritto nel capitolo precedente. Ricordiamo che il processo di attribuzione causale è quello attraverso il quale l'allievo interpreta il proprio successo o fallimento, attribuendolo a possibili cause. La teoria delle attribuzioni causali ha individuato alcune dimensioni significative per tali cause: il locus (che può essere interno o esterno), la stabilità nel tempo, la controllabilità.
Dal processo di attribuzione causale dell'allievo l'insegnante o il ricercatore possono ricavare informazioni importanti sulle sue teorie del successo, sulla visione della matematica che egli ha, e anche sulle convinzioni che ha su di sé. Particolarmente interessante per queste ultime il caso in cui l'allievo attribuisce il proprio fallimento a caratteristiche personali. Per usare la terminologia della teoria di attribuzione causale si tratta quindi di cause interne, che possono essere percepite come stabili o meno, come controllabili o meno:

"Il fatto è che in matematica non basta l'impegno, ma ci vuole un quid che te la faccia capire, io questo quid non ce l'ho." [Michele, 2ª superiore]

Possiamo concludere questo paragrafo con una seconda risposta alle domande che ci siamo posti, e cioè: da cosa sono influenzati i processi di controllo? In particolare, come possiamo spiegare la mancata attivazione di tali processi? Da cosa dipende la loro scarsa efficienza?
Le considerazioni fatte ci suggeriscono infatti che le decisioni che un soggetto prende, in particolare i processi di controllo che attiva, avvengono all'interno della cornice costituita dalle sue convinzioni.
Fra queste convinzioni appaiono particolarmente significative le convinzioni che l'allievo ha sulla matematica (la sua epistemologia personale), le sue teorie del successo, le convinzioni che ha su di sè ed in particolare la convinzione 'di potercela fare', cioè il cosiddetto senso di auto-efficacia.

3. DALLA METACOGNIZIONE ALL'AFFETTIVITÀ

Le osservazioni fatte fin qui ci dicono in definitiva che l'attivazione dei processi di controllo è tutt'altro che automatica, e richiede un investimento di energie e risorse che l'allievo potrà attivare solo sotto certe condizioni.
Una di queste condizioni, come abbiamo appena visto, è che egli sia convinto di 'potercela fare'.
Una seconda condizione è che lo *voglia* fare.
Questo secondo punto ha a che fare quindi con aspetti motivazionali.
L'importanza della componente motivazionale nell'apprendimento è unanimemente riconosciuta. Già Vygotskij (1934) scriveva in *Pensiero e linguaggio*:

Lo stesso pensiero ha origine non da un altro pensiero, ma dalla sfera delle motivazioni della nostra coscienza, che contiene le nostre passioni e i nostri bisogni, i nostri interessi e impulsi, i nostri affetti e le nostre emozioni. Dietro il pensiero si schiude la sfera delle tendenze affettive e volitive che, sola, può dare risposta all'ultimo «perché» nell'analisi del pensiero. Se prima abbiamo paragonato il pensiero a una nuvola che rovescia giù un acquazzone di parole, dovremmo allora paragonare, se volessimo persistere in questa immagine, la sfera delle motivazioni del pensiero al vento che mette in movimento la nuvola. Una effettiva e piena comprensione del pensiero altrui ci si rende possibile soltanto quando noi scopriamo il suo reale retroscena affettivo-volitivo [Vygotskij, 1934, tr. it. p. 226].

Per lungo tempo gli aspetti motivazionali, e più in generale quelli che hanno a che fare con le emozioni, sono stati considerati distinti da quelli cognitivi.
Negli studi più recenti sulla metacognizione invece gli aspetti motivazionali sono considerati strettamente collegati alla selezione di strategie e ai processi di controllo. Viene evidenziato cioè il legame fra lo sviluppo delle capacità metacognitive e le ragioni che spingono il soggetto verso l'apprendimento (Borkowski e Muthukrishna, 1992):

Premessa fondamentale nella più recente versione della metacognizione è che i fattori personali-motivazionali infondono energia alle abilità esecutive di autoregolazione che sono necessarie per la selezione, l'utilizzo e il monitoraggio di strategie. [...]
Le variabili motivazionali sono ritenute l'aspetto energetico dei processi di auto-regolazione sottostanti le attività di problem-solving [Borkowski e Muthukrishna, 1992, tr.it. pp. 46-47].

Del resto abbiamo già considerato questo aspetto nel capitolo precedente, quando abbiamo analizzato la definizione di problema: abbiamo insistito molto sul fatto che perché una situazione faccia nascere un problema per un individuo è necessario che questo individuo sia motivato a raggiungere una meta, un obiettivo.
In definitiva le teorie più recenti sulla metacognizione sottolineano i legami fra aspetti motivazionali, cognitivi e metacognitivi, e propongono un modello che descrive le interazioni fra la motivazione, il senso di auto-efficacia, la selezione di strategie ed i processi di controllo.
Borkowski et al. (1992) illustrando le possibili tappe di un'istruzione mirata allo sviluppo metacognitivo, sottolineano proprio l'importanza di queste interazioni:

Un senso di autoefficacia e il piacere di apprendere derivano da un lavoro strategico individuale ed eventualmente ritornano per alimentare la selezione di strategie e le decisioni relative al monitoraggio (cioè i processi di controllo). Questo successivo collegamento – l'associazione tra le ragioni che spingono l'alunno verso l'apprendimento e lo sviluppo dell'autoregolazione – non si riscontra nella maggior parte dei programmi di istruzione. […] dopo gli atti cognitivi il bambino riceve (o inferisce) un feedback sui compiti portati a termine con successo. Questo feedback è essenziale per modellare gli stati di motivazione personale che a loro volta alimentano i processi di controllo necessari per la selezione della strategia [Borkowski et al., 1992, *cit.* in Borkowsky e Muthukrishna, 1992, tr. it. p. 236].

Non è un caso che proprio in questo contesto venga sottolineata l'importanza della *responsabilità dell'apprendimento* (Brown et al., 1983; Campione, Brown e Connell, 1988; Borkowsky e Muthukrishna, 1992): l'assunzione di responsabilità in relazione ad un qualsiasi progetto richiede che l'individuo condivida il progetto, e ritenga di poter esercitare un controllo sulle proprie azioni[69]. In contesto educativo (scolastico ma anche famigliare) invece spesso si usa come sinonimo di 'senso di responsabilità' l'espressione 'senso del dovere', che non fa riferimento ad aspetti motivazionali e di controllo.
Ne discende in contesto scolastico l'importanza che l'allievo abbia chiari gli obiettivi che è tenuto a raggiungere, e che alla luce di tali obiettivi possa riflettere con l'insegnante ed i compagni sulle possibili strategie per raggiungerli, ma anche che si senta protagonista di questo progetto: solo così potrà partecipare attivamente, esercitare consapevolmente processi di controllo.

[69] Rinvio il lettore interessato al tema della responsabilità al testo *Psicologia sociale della responsabilità*, di Adriano Zamperini (1998).

In questo senso è importante che l'allievo sia consapevole di *agire*, e non solo di *fare*, senta cioè di dirigere le proprie azioni in vista di uno scopo, e senta quindi di poterle eventualmente cambiare. Ma questa consapevolezza in molti casi non c'è, come mettono in evidenza le riposte al test già citato sulle decisioni: per la maggior parte degli allievi la scuola non è un contesto in cui si prendono decisioni, tanto meno lo è la matematica e la risoluzione di problemi.
Le risposte più sconcertanti sono quelle relative alla domanda 3 ("A scuola ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio."). Anche gli allievi che in contesto extrascolastico si mostrano consapevoli della varietà e dell'importanza dei processi decisionali continuamente attivati nella vita di tutti i giorni, dichiarano invece che in contesto scolastico non vengono prese decisioni, oppure le banalizzano:
"No, non mi capita mai, perché le decisioni le prendono le professoresse a scuola, oppure le bidelle." [Serena, 2ª media]
"Sì. Quando scelgo una penna per scrivere." [Sara, 1ª media]
Sono pochi i soggetti consapevoli del controllo che possono esercitare sui propri comportamenti in contesto d'apprendimento:
"Sì mi capita anche molto spesso di prendere decisioni, magari fra due penne o decisioni più importanti del tipo non insistere tanto per essere interrogati." [Giulia, 1ª media]
"Di come comportarmi e di decidere di come fare qualcosa." [Danilo, 1ª media]

Anche la domanda 4 ("A casa quando devi fare i compiti, ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio.") mette in evidenza una varietà di risposte che corrisponde a diversi livelli di consapevolezza dei processi decisionali che vengono (o che andrebbero) attivati durante il lavoro fatto a casa:
"No, perché tanto li devo fare." [Cristiano, 3ª media]
"Posso decidere dove farli, a che ora cominciare, a che ora smettere." [Simona, 3ª media]
"A casa mi capita di prendere decisioni quando devo scegliere quale materia studiare per prima in base alle mie conoscenze. Decido anche se penso di essere più o meno preparata su una materia e quindi quanto tempo devo dedicarle." [Francesca, 3ª media]

In definitiva molti allievi non sembrano agire in vista di obiettivi, o non sembrano consapevoli del controllo che possono esercitare su tali obiettivi attraverso i propri comportamenti: stare attenti / impegnarsi / riflettere, vengono percepiti quindi in questi casi come comportamenti con esiti casuali.
Questo purtroppo vale in particolare nel contesto dell'apprendimento della matematica, e, cosa ancora più sconcertante, nel contesto dell'attività di risoluzione di problemi, come emerge in particolare dalle risposte alla domande 5 ("Qual è la materia in cui ti capita più spesso di prendere decisioni? Perché?"), dove la matematica è quasi completamente assente, ed alla domanda 6 ("Quando devi risolvere un problema di matematica ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio"), dove nel migliore dei casi la decisione viene identificata con la scelta dell'operazione giusta.

L'importanza di questi aspetti, della consapevolezza cioè dell'agire in vista di obiettivi e del controllo che è possibile esercitare su tali obiettivi attraverso i propri comportamenti, è sottolineata da Andrea Canevaro in un intenso intervento ad un Convegno su Matematica e Difficoltà (1996). Il pedagogista riflette sull'influenza positiva che ha sull'apprendimento la possibilità "di anticipare lo scenario in cui lo stesso apprendimento si collocherà'" proponendo una citazione di Bruno Bettelheim (1988):

[...] la storia dei campi di sterminio mostra che, perfino in un ambiente così oppressivo, alcune forme di difesa offrono un certo grado di protezione: la difesa più importante è capire quello che sta accadendo in noi stessi e perché [Bettelheim, 1988, *cit.* in Canevaro, 1996, p. 5].

Canevaro continua:

Riflettere a partire da questa citazione può servire a collocare nella giusta luce l'anticipazione dell'esperienza per favorire l'apprendimento.
Jacques Salom [...] ha compiuto un interessante esperimento, presso il reparto di chirurgia pediatrica dell'ospedale di Marseille-Nord. In questo ospedale, quando si decide di operare un bambino, lo si fa venire otto giorni prima, domandandogli di portarsi dietro il proprio orsacchiotto o la propria bambola. Se non vuole o non può, il reparto regala a quel bambino o a quella bambina un orsacchiotto o una bambola. Il chirurgo spiega e simula realisticamente l'operazione sull'orsetto o sulla bambola. E ogni bambino riparte con quello o quella che ha subito l'operazione e che dovrà curare. Jacques Salom ritiene che sia una piccola rivoluzione: riuscire a "far perdere tempo" ad un chirurgo in spiegazioni e simulazioni realistiche su orsi di peluche o bambole di pezza! Ma anche gli amministratori hanno potuto rendersi conto che ne vale la pena. Su circa tre anni di esperienza, il tempo di ospedalizzazione è diminuito dal 25 al 35%, e per le complicazioni post-operatorie si arriva ad una diminuzione di circa il 65% [Canevaro, 1996, p. 5].

Il processo di anticipazione di cui parla Canevaro, e soprattutto l'esempio da lui scelto, sottolineano l'importanza della percezione di controllabilità di una situazione in relazione ai comportamenti che un soggetto mette in atto. Il bambino che ha visto simulare l'operazione e la cura sul proprio orsetto o sulla propria bambola è consapevole di quello che succederà quando sarà lui stesso ad essere operato e curato, e potrà quindi partecipare in modo attivo a tali esperienze. Ma la consapevolezza non sarebbe sufficiente: se l'esperienza di simulazione l'avesse spaventato, la consapevolezza di quello che l'aspetta sarebbe addirittura controproducente. Invece il bambino è anche rassicurato, e la tranquillità gli viene dalla percezione di poter esercitare *controllo* sulla situazione.
Il bambino che è stato fatto partecipe dell'operazione e della cura sul proprio orsacchiotto non si limita ad obbedire passivamente alle richieste che gli vengono fatte quando il paziente è lui stesso, e tanto meno fa resistenza: è stato coinvolto in un progetto di cui è il protagonista, di cui vede la direzione, che può quindi assecondare attivamente.
I dati positivi della sperimentazione descritta da Canevaro, letti 'alla rovescia', ci permettono di comprendere come cambia la situazione se il bambino non ha questa percezione di controllabilità, se è solo con le sue paure, e se non è messo in grado di partecipare in modo attivo alle esperienze che vivrà. Se ha la percezione: 'Quello che mi succede *non dipende da me*'.

4. PROCESSI DI CONTROLLO ED EMOZIONI

Nella nostra analisi dei fattori che influenzano i processi di controllo non possiamo trascurare le emozioni (v. Zan, 2000c): chi non ha provato, come insegnante o addirittura come studente, l'effetto paralizzante della paura da esame? In situazioni di questo tipo un allievo può perdere la propria lucidità, e dare risposte molto diverse da quelle che darebbe o addirittura ha dato in situazioni più tranquille.
La *paura di sbagliare*, di cui abbiamo parlato nel primo capitolo e che qui abbiamo collegato ad una particolare visione del successo in matematica, non è l'unica paura che caratterizza l'esperienza con la matematica di molte persone, studenti ed ex studenti. C'è anche la paura di non capire, o di apparire inadeguati:

"Quando la maestra spiega una cosa nuova io mi sento agitata e mi sudano le mani perché ho paura di non farcela a seguire quanto viene spiegato." [Denise, 5ª elementare]

"Quando la maestra ci spiega qualcosa di nuovo, mi viene la pelle d'oca, perché ho paura di non riuscire ad eseguire gli esercizi." [Ilaria, 4ª elementare]

"Io quando faccio i problemi ho un po' paura perché non sono bravo." [Luca, 4ª elementare]

La paura in matematica è considerata un fenomeno importante anche dal punto di vista sociale. Ad essa sono stati dedicati diversi libri: *Come vincere la paura della matematica* (Sheila Tobias, 1978), *Matematica mio terrore* (Anne Siety, 2001), oltre a testi non tradotti in italiano quali *Do you panic about maths?* (Laurie Buxton, 1981) e *Fear of math* (Claudia Zaslavsky, 1996).
Ma la paura non è l'unica delle emozioni negative associate alla matematica.
Pellerey e Orio (1996) riassumendo gli studi più importanti in quest'area riportano come le emozioni negative associate alla matematica (rabbia, ansietà, frustrazione, infelicità, noia) prevalgano in genere su quelle positive (felicità, eccitazione, divertimento, fiducia, sollievo)[70]. Particolarmente preoccupante è il risultato di studi sistematici condotti negli Stati Uniti (Carpenter et al., 1981) in base ai quali è stato evidenziato che mentre la matematica è la materia preferita per la maggior parte degli allievi di nove anni, diventa invece l'ultima per allievi di sedici anni.
Un esempio particolarmente suggestivo dell'intensità che possono raggiungere tali emozioni è dato dal seguente tema, svolto da un allievo di terza elementare, e presentato così come è stato scritto, senza alcun tipo di correzione[71]:

"Per me la matematica è solo una perdita di tempo perché una volta imparati i numeri si può anche smettere, invece no, si continua e le lezioni incominciano a torturarti piano piano ed è una sensazione bruttissima quando scrivo e non capisco, e mi sembra di scendere all'inferno: il sudore scende dalla testa ai piedi, divento tutto rosso e mi sembra di esplodere.
Le lezioni sono un supplizio e mi sembra che la maestra rida su di me e mi dica: Non lo sai fare! Bene! Bene!...
Ed io avrei voglia di strappare il quaderno ma prevedo sempre quello che mi accadrebbe: la maestra urlerebbe: Biniiii... Che cosa è questa schifezza! Ma il peggio è che dopo la sgridata ho tutti i capelli ritti e mi vergogno davanti a tutte le altre maestre."
[Andrea, 3ª elementare]

Il tema di Andrea colpisce per diversi motivi. La correttezza ortografica, grammaticale, sintattica, ma anche la notevole espressività ci rimandano l'immagine di un bambino con notevoli capacità di riflessione e pieno di risorse: è impossibile liquidare i problemi di Andrea con la matematica facendo ricorso a diagnosi quali 'ha poche capacità', 'non capisce'. E allora, qual è il problema di Andrea?
Ma il tema di Andrea colpisce anche per la quantità e la qualità delle emozioni scatenate dalla matematica: tutte le emozioni negative tipicamente associate alla disciplina sono presenti, dalla frustrazione alla rabbia, dalla noia all'ansia.
Per questi due motivi il caso di Andrea non può considerarsi tipico: ma le esperienze emozionali da lui descritte con estrema efficacia sono esperienze vissute anche da molti allievi che hanno difficoltà in matematica.

[70] L'aggettivo 'negativo' riferito alle emozioni richiede una precisazione. Non è detto infatti che le emozioni *percepite come negative* da un soggetto abbiano *effetti negativi* sull'apprendimento e viceversa: ad esempio alcuni studi evidenziano che l'assenza totale di ansia ha effetti negativi sulla prestazione.
[71] Per ovvi motivi è stato cambiato il cognome del bambino, mantenendo però le modalità espressive da lui usate.

L'insegnamento tradizionale della matematica non prevede la gestione esplicita degli aspetti emozionali. Le emozioni negative in particolare sono considerate un male inevitabile, e vengono chiamate in causa per lo più per spiegare il fallimento di interventi di recupero centrati sulle conoscenze: ecco che allora si fa riferimento genericamente a blocchi psicologici, a comportamenti irrazionali, a stati d'ansia, comunque a fattori che l'insegnante avverte come estranei al proprio controllo e alla propria professionalità. Quando l'insegnante dice: "Quel ragazzo ha un blocco, è troppo ansioso, ha problemi emotivi…" significa spesso: "Io ho fatto quello che potevo come insegnante di matematica, ma *su questo* non posso far niente: non sono uno psicologo!" È il momento della rinuncia all'intervento.
Sotto questo tipo di approccio alle difficoltà d'apprendimento si riconosce un modello implicito di 'mente' in cui processi emozionali e processi cognitivi sono completamente contrapposti: in cui in particolare la parte emozionale, in quanto 'irrazionale', viene considerata d'ostacolo al processo di conoscenza. Si tratta di un modello di mente messo definitivamente in crisi dagli studi più recenti nel campo delle neuroscienze, della psicologia, ma anche dell'epistemologia matematica**.**

In neurofisiologia la ricerca più recente evidenzia un rapporto estremamente profondo fra processi cognitivi ed emozionali. Particolarmente interessante, alla luce delle considerazioni che abbiamo ripetutamente fatto sul problem solving e sui processi decisionali, è la relazione individuata fra la 'capacità' di provare emozioni, e la capacità di prendere decisioni. Nel suo libro *L'errore di Cartesio* Damasio (1994) riporta i casi di diversi pazienti, accomunati dal fatto di aver subito lo stesso tipo di lesione cerebrale, e precisamente danni alle cortecce prefrontali. Egli si sofferma in particolare sulla descrizione di Elliot, un giovane paziente la cui personalità si era trasformata in modo radicale dopo un intervento di rimozione di una massa tumorale benigna al cervello, al punto che aveva perso il posto di lavoro e non era più stato in grado di mantenersene un altro. D'altra parte i numerosi esami fatti mettevano in evidenza che le sue 'facoltà mentali' erano rimaste inalterate, così come la sua capacità di muoversi e di usare il linguaggio. Cosa era successo? L'analisi di Damasio mette in evidenza che, sebbene anche le conoscenze di base di Elliot "erano sopravvissute all'intervento, ed egli era in grado di compiere bene come prima molte azioni separate […] non si poteva far conto su Elliot perché eseguisse un'azione appropriata quando ce lo si aspettava" (Damasio, 1994, tr. it. p.74).
In definitiva Damasio giunge alla conclusione che:

> [...] causa dei suoi fallimenti era una condizione neurologica: certo, era ancora fisicamente abile e le sue facoltà mentali erano in massima parte integre; ma era menomata la sua capacità di giungere a una decisione. [...] L'elaborazione dei suoi processi decisionali era talmente compromessa che egli non poteva più porsi come un essere sociale efficiente. Anche di fronte ai risultati catastrofici delle sue decisioni, Elliot non imparava dai suoi errori: sembrava che fosse oltre ogni possibile redenzione, come il malfattore incallito che dichiara il proprio sincero rincrescimento, ma subito dopo torna a commettere l'ennesimo reato [*ibidem*, p.76].

Ma cosa c'entra tutto questo con le emozioni? Damasio lo scopre quasi casualmente. Aveva già notato che il paziente appariva particolarmente freddo e distaccato, quasi imperturbabile, anche nel parlare delle proprie tragiche vicende personali. Ma questo suo distacco non sembrava provenire da processi di controllo esercitati su un'agitazione interna: piuttosto, dalla mancanza di tale agitazione interna. Una conferma di questa ipotesi Damasio l'avrà successivamente, dopo un esperimento psicofisiologico condotto da un collega, nel quale questi mostrava ai soggetti "stimoli visivi capaci di suscitare emozioni: per esempio, immagini di edifici che crollavano durante un terremoto, di case distrutte da incendi, di persone ferite in incidenti sanguinosi o sul punto di annegare vittime di alluvioni. Quando

interrogammo Elliot dopo una delle molte sedute di esame di tali immagini, egli dichiarò apertamente che il suo modo di sentire era cambiato, dopo il male: avvertiva come argomenti che prima avevano suscitato in lui una forte emozione ora non provocavano più alcuna reazione, né positiva né negativa" (*ibidem*, p. 85).
Emerge quindi l'ipotesi di un legame fortissimo fra una capacità che abbiamo caratterizzato come cruciale nell'attività di problem solving, attività a sua volta considerata estremamente raffinata dal punto di vista dei processi cognitivi - cioè la capacità di prendere decisioni – e d'altra parte la 'capacità' di provare emozioni.

Gli studi nel campo delle neuroscienze hanno poi confermato il legame profondo e inestricabile fra aspetti cognitivi, metacognitivi ed emozionali.
Anche in psicologia del resto questo legame è riconosciuto. Ad esempio Brown e al. (1983) concludono il loro lavoro cruciale sulla metacognizione proprio sottolineando:

> Gli aspetti emozionali non possono essere separati da quelli cognitivi, così come quelli individuali non possono essere separati da quelli sociali [Brown et al., p. 150].

L'interazione profonda fra aspetti cognitivi, metacognitivi ed emozionali è sottolineata anche dalle ricerche più recenti in educazione matematica, soprattutto nell'ambito del problem solving.
Non è in realtà la prima volta che l'educazione matematica riconosce l'importanza degli aspetti emozionali: ma tradizionalmente l'attenzione era stata limitata per lo più a studi sull'ansia (v. Hembree, 1990), nell'ottica di una separazione fra processi di pensiero ed emozioni, che vedeva le emozioni come ostacolo ai processi di pensiero. L'approccio all'influenza dei fattori affettivi che caratterizza la ricerca sul problem solving a partire dagli anni '80 segna invece un cambiamento importante, sintetizzato nella prefazione del volume *Affect and mathematical problem solving*[72], che si apre con queste parole (corsivo mio):

> La ricerca sul problem solving matematico ha ricevuto considerevole attenzione negli anni recenti, non solo da parte di chi fa ricerca sull'apprendimento e sull'insegnamento della matematica, ma anche da parte di psicologi ed altri che lavorano nelle scienze cognitive. Nonostante molta di questa ricerca si sia focalizzata su fattori cognitivi, c'è stata un'ondata di interesse nel ruolo dell'affettività nel problem solving matematico. *Questo libro esplora questi fattori affettivi e le loro relazioni con i processi cognitivi coinvolti nel problem solving* [McLeod e Adams, 1989, p. v].

In educazione matematica l'approccio alle emozioni cui i ricercatori fanno riferimento è per lo più quello degli psicologi cognitivisti (si veda ad esempio Weiner, 1983; Mandler, 1984; Ortony, Clore e Collins, 1988), che riconoscono nella nascita di un'emozione una componente cognitiva essenziale: l'emozione non è direttamente scatenata da un evento, ma dalla interpretazione di tale evento[73]. Abbiamo visto che Weiner (1983) considera cruciale in tale interpretazione il processo di *attribuzione causale*, e che la teoria attribuzionale permette di comprendere l'origine cognitiva di emozioni come la pietà, la rabbia e senso di colpa.

Se assumiamo questo punto di vista non è l'esperienza matematica in sé che direttamente può scatenare emozioni negative, ma l'interpretazione che l'allievo ne dà, interpretazione che

[72] La terminologia in questo campo, come del resto in altri, è ambigua e spesso fuorviante: il termine inglese 'affect' evoca il nostro 'affetto' piuttosto che 'emozione'.
[73] Questo non significa ridurre il problema delle emozioni alla loro origine cognitiva, ignorando o sottovalutando quello che la 'psicologia del profondo' ha da dire e da fare a riguardo. Ma qui il nostro oggetto di interesse è il recupero delle difficoltà da parte dell'insegnante di matematica, e ci interessa quindi considerare le cause su cui l'insegnante stesso può intervenire.

risente quindi (come ogni interpretazione della realtà) delle sue convinzioni, dei suoi valori, dei suoi gusti e delle sue attitudini.
Questo processo di interpretazione dell'esperienza matematica può essere più o meno articolato e naturalmente evolve col passare del tempo. Le prime esperienze matematiche danno soprattutto reazioni 'semplici' a livello emozionale, e queste prime emozioni sono associate all'insegnante, al particolare argomento trattato, alle relazioni stabilite con i compagni nel contesto dell'attività matematica, cioè a quelli che possiamo chiamare *fattori mediatori*.
Le prime emozioni associate alla matematica provengono da un'interazione diretta con questi fattori mediatori percepiti come 'oggetti', interazione che dà luogo ad una reazione positiva / negativa; sono per lo più emozioni quali la noia, la felicità, il piacere, l'infelicità:

"[La matematica] mi piace perché la persona che la comunica è molto simpatica." [Francesca, 4ª elementare]

"In terza si incominciarono le moltiplicazioni e le divisioni. Queste le odio in poche parole, mentre le moltiplicazioni sono operazioni che adoro." [Martina, 4ª elementare]

"Fin dalla prima [la matematica] mi piaceva molto perché si lavorava con il multibase e si giocava alla banca." [Fabio, 5ª elementare]

Ma poco per volta il bambino comincia a dare un senso alle diverse esperienze, a metterle in relazione l'una con l'altra, ad anticipare, secondo gli schemi così costruiti, le esperienze future. In particolare interpreta i comportamenti dell'insegnante e dei compagni, e si costruisce delle vere e proprie teorie all'interno delle quali tali comportamenti trovano una spiegazione coerente. Costruisce così degli standard di riferimento in base ai quali riconosce il successo ed il fallimento; si forma cioè delle convinzioni sugli obiettivi delle varie attività, su cosa vuol dire andar bene o andar male in matematica, e quali ne sono le cause: quelle che abbiamo chiamato teorie del successo.
Le esperienze con la matematica non sono più percepite semplicemente come piacevoli / spiacevoli, ma vengono valutate in base agli obiettivi che il bambino si pone e alla visione della matematica che egli ha costruito. I fattori che abbiamo chiamato mediatori (l'insegnante, gli argomenti, i compagni) non sono più percepiti solo come *oggetti*, ma anche (e soprattutto) come *agenti* di esperienze.
Il processo di interpretazione della realtà che contribuisce alla costruzione di una visione della disciplina arricchisce *quindi* anche la gamma delle emozioni associate alla matematica, favorendo la comparsa di emozioni più articolate quali la paura, l'ansia, la rabbia, la frustrazione (e naturalmente, dall'altra parte, la soddisfazione):

"I problemi mi mettono furia, ansia, paura di sbagliarli." [Anna, 5ª elementare]

"*Mi sforzo di ragionare e di capire il problema, ma poi riesco a risolverlo solo a metà. Questo mi fa molta rabbia e mi scoraggia*." [Francesca, 1ª media]

"*Ma quando ero accanto ad alcuni miei amici che finivano un problema in meno di un secondo, avevo sempre un nodo in gola e avevo voglia di sprofondare sottoterra*." [Clarissa, 1ª media]

Se assumiamo questo punto di vista le emozioni associate alla matematica, anche quelle più 'negative', non appaiono più necessariamente degli ostacoli incontrollabili al naturale processo d'apprendimento, ma piuttosto dei segnali che danno informazioni su come l'allievo interpreta l'esperienza matematica. In questa ottica l'insegnante di matematica, *proprio in quanto insegnante di matematica*, può utilizzare tali messaggi per conoscere quale interpretazione della matematica ha costruito l'allievo e per strutturare situazioni didattiche che modifichino tale interpretazione.