

# L'incontro precedente



Scienze della Formazione, Polo di Livorno

a.a. 2010-'11

*Laboratorio di Problemi*

Incontro 2:

***La comprensione del testo  
di un problema***

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

## PROBLEMA SCOLASTICO

Carlo compra 1 quaderno e due penne  
spendendo in tutto 2 €. Se una penna  
costa 0,6 €, quanto costa il quaderno?

## PROBLEMA REALE

Torno a casa e mi accorgo di non avere le chiavi.

## PROBLEMA SCOLASTICO

- Chi pone il problema (l'insegnante) è una persona diversa da chi poi lo deve risolvere (l'allievo)

## PROBLEMI ETEROPOSTI

## PROBLEMA REALE

- Chi pone il problema è la stessa persona che poi lo deve risolvere

## PROBLEMI AUTOPOSTI

# CONSEGUENZE

1. C'è bisogno di formulare il problema



I problemi scolastici sono problemi verbali, cioè espressi attraverso un testo

**PROBLEMI  
ETEROPOSTI**

1. Non c'è bisogno di formulare il problema

**PROBLEMI  
AUTOPOSTI**

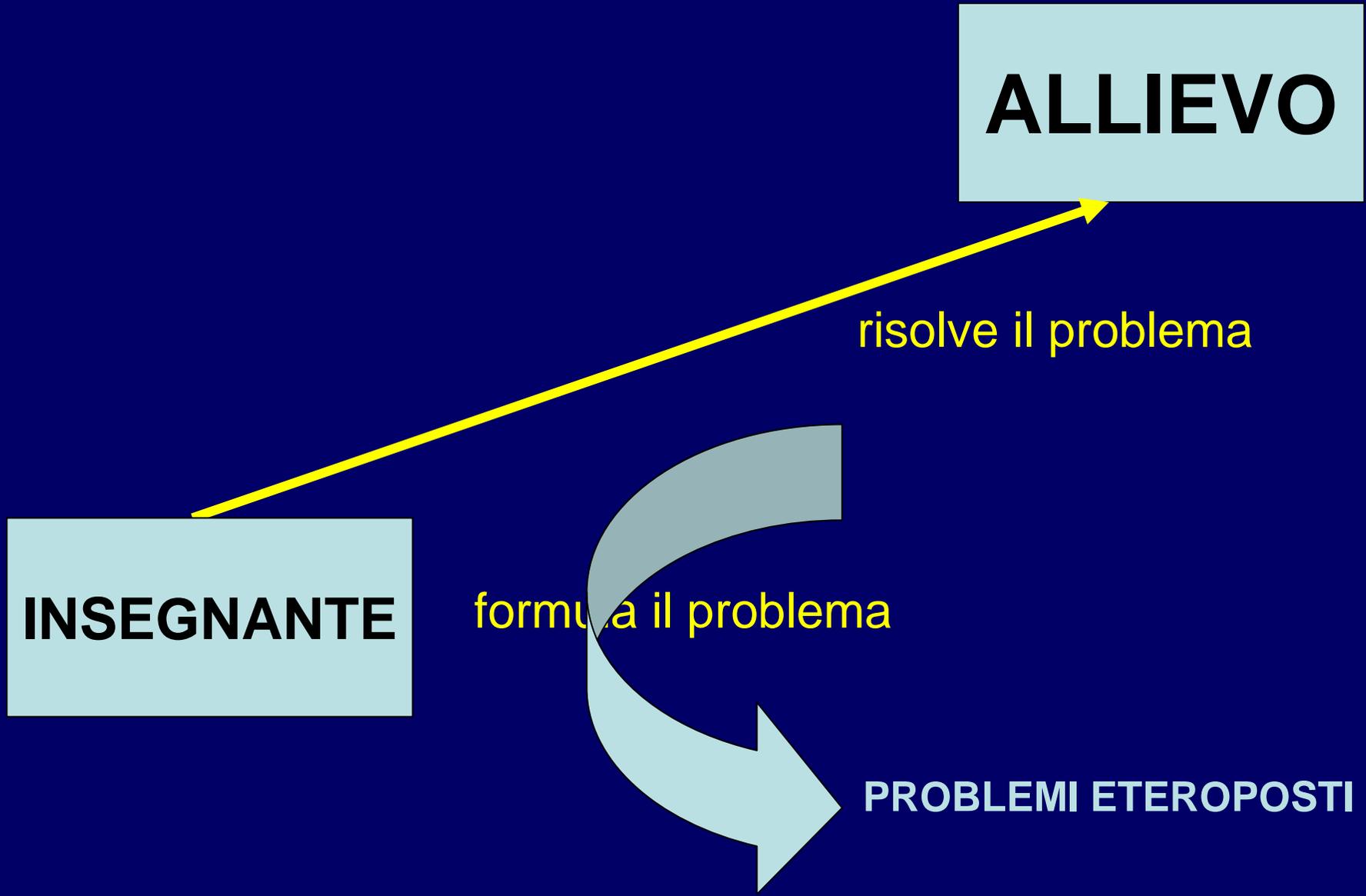
**ALLIEVO**

risolve il problema

**INSEGNANTE**

formula il problema

**PROBLEMI ETEROPOSTI**



**INSEGNANTE**

**TESTO**

**ALLIEVO**

problemi espressi attraverso un testo (scritto)

# CONSEGUENZE

1. C'è bisogno di formulare il problema
2. L'obiettivo di chi pone il problema è interno alla matematica

**PROBLEMI  
ETEROPOSTI**

1. Non c'è bisogno di formulare il problema

**PROBLEMI  
AUTOPOSTI**

# CONSEGUENZE

2. L'obiettivo di chi pone il problema è interno alla matematica



L'autore del problema parte dalla struttura matematica.

Attorno a quella costruisce una situazione, una storia.

**ALLIEVO**

**PROBLEMA  
VERBALE**

**OBIETTIVO**

**INSEGNANTE**

*è interno alla  
matematica*



# CONSEGUENZE

1. C'è bisogno di formulare il problema
2. L'obiettivo di chi pone il problema è interno alla matematica
3. L'obiettivo di chi pone il problema non è necessariamente condiviso da chi lo deve risolvere

**PROBLEMI  
ETEROPOSTI**

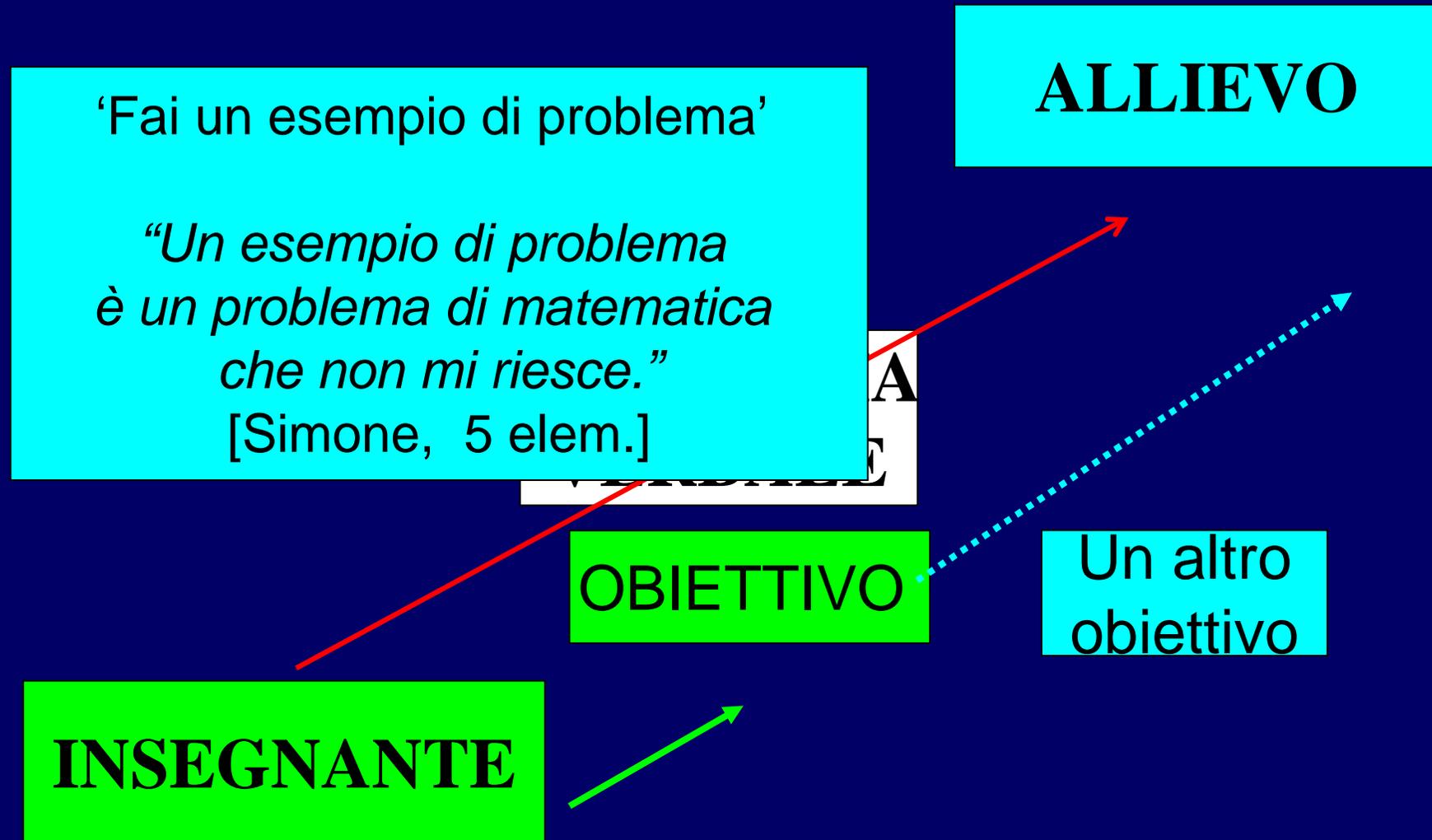
1. Non c'è bisogno di formulare il problema

**PROBLEMI  
AUTOPOSTI**

Indipendentemente dalla domanda esplicita...



# Indipendentemente dalla domanda esplicita...



# Ma anche...

1. C'è bisogno di formulare il problema
2. L'obiettivo di chi pone il problema è interno alla matematica
3. L'obiettivo di chi pone il problema non è necessariamente condiviso da chi lo deve risolvere

...da chi?

4. Chi pone il problema ha l'autorità per chiedere di risolverlo

**PROBLEMI  
ETEROPOSTI**

**Tutto questo ha implicazioni  
sul processo di**

**rappresentazione**

(comprensione del problema)

**Molte difficoltà incontrate dai bambini  
sembrano riguardare tale fase**

*La comprensione* è la prima fase di  
un processo risolutivo:

- *Si comprende* il problema
- *Si compila un piano*
- *Si sviluppa* il piano
- *Si procede alla verifica*

George Polya

- Secondo molti ricercatori (e insegnanti) le difficoltà degli allievi sono spesso dovute a difficoltà nella fase iniziale di comprensione.
- Nella ricerca queste difficoltà sono state messe in evidenza con due tecniche:
  - ✓ la richiesta di *reformulare* il testo del problema (re-telling)
  - ✓ la richiesta di *drammatizzarlo*

# RIFORMULAZIONE

“Joe ha 3 palline.  
Tom ha 5 palline più di Joe.  
Quante palline ha Tom?”



viene ripetuto così

“Joe ha 3 palline.  
Tom ha 5 palline.  
Quante palline ha Tom?”

- Secondo molti ricercatori (e insegnanti) le difficoltà degli allievi sono spesso dovute a difficoltà nella fase iniziale di comprensione.
- Nella ricerca queste difficoltà sono state messe in evidenza con due tecniche:
  - ✓ la richiesta di *reformulare* il testo del problema (re-telling)
  - ✓ la richiesta di *drammatizzarlo*

# DRAMMATIZZAZIONE

“ Pete ha 3 mele. Ann gli dà altre 5 mele. Quante mele ha adesso Pete?”.

I: (Intervistatore): Proviamo insieme. Io ti leggo la storia frase per frase e tu la devi rappresentare usando questi pupazzi e questi blocchi. Facendo così troverai la risposta.

–Pete ha 3 mele.

B: (Bambina): (prende 3 blocchi e li mette con il pupazzo che rappresenta Pete).

I: O.K. –Ann gli dà altre 5 mele.

B: *E' impossibile!*

I: Perché?

B: *Perché Ann non ha mele.*

I: Puoi darle quante mele vuoi.

La complessità del processo di  
**rappresentazione**  
nei problemi scolastici standard

# SONO PROBLEMI 'VERBALI'

i problemi scolastici standard

...come sono fatti?

# PROBLEMI VERBALI

- C'è una ***struttura matematica***
- La struttura matematica è contestualizzata in una situazione 'concreta', 'famigliare':  
il ***contesto***
- C'è una ***richiesta*** (in genere una domanda)
  - intende favorire
    - la **motivazione**
    - la **comprensione** della richiesta e delle informazioni, richiamando le esperienze e conoscenze dell'allievo

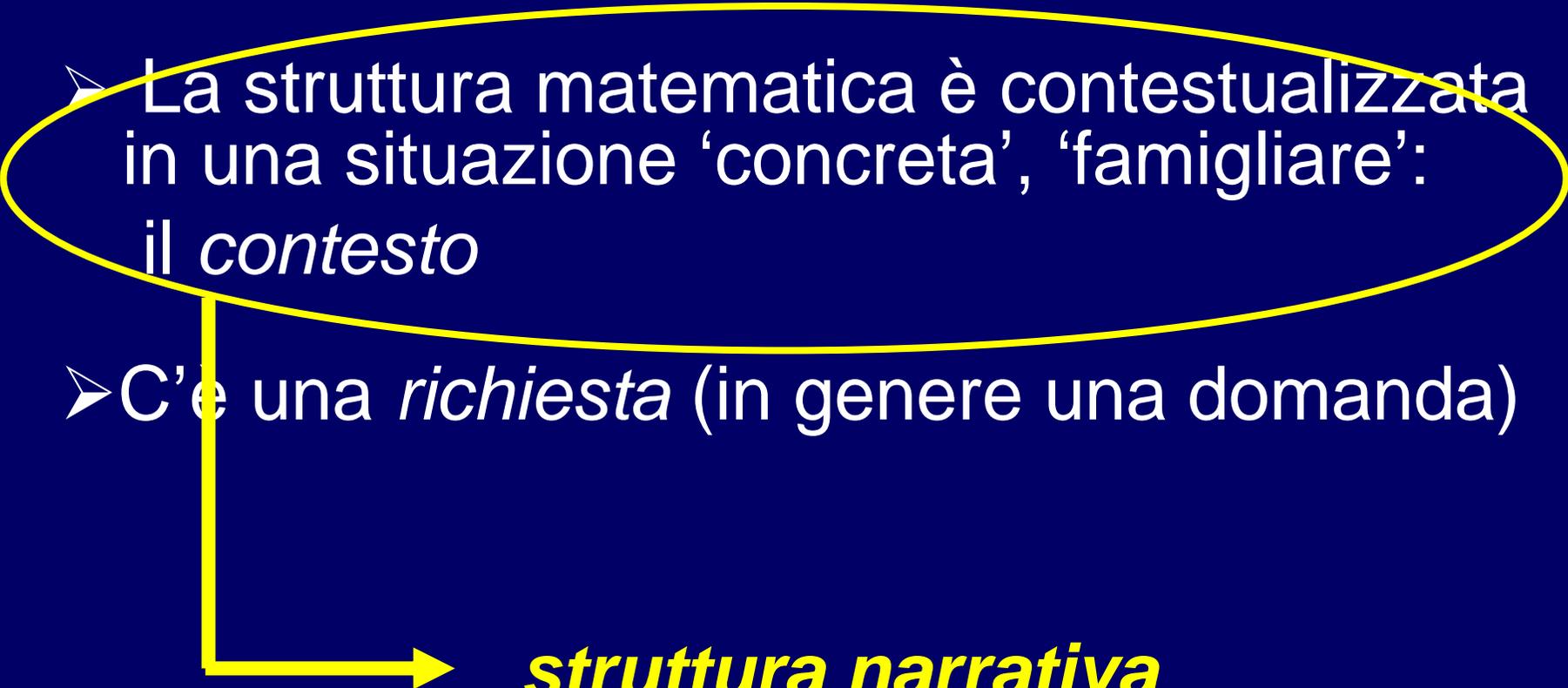
# PROBLEMI VERBALI

➤ C'è una ***struttura matematica***

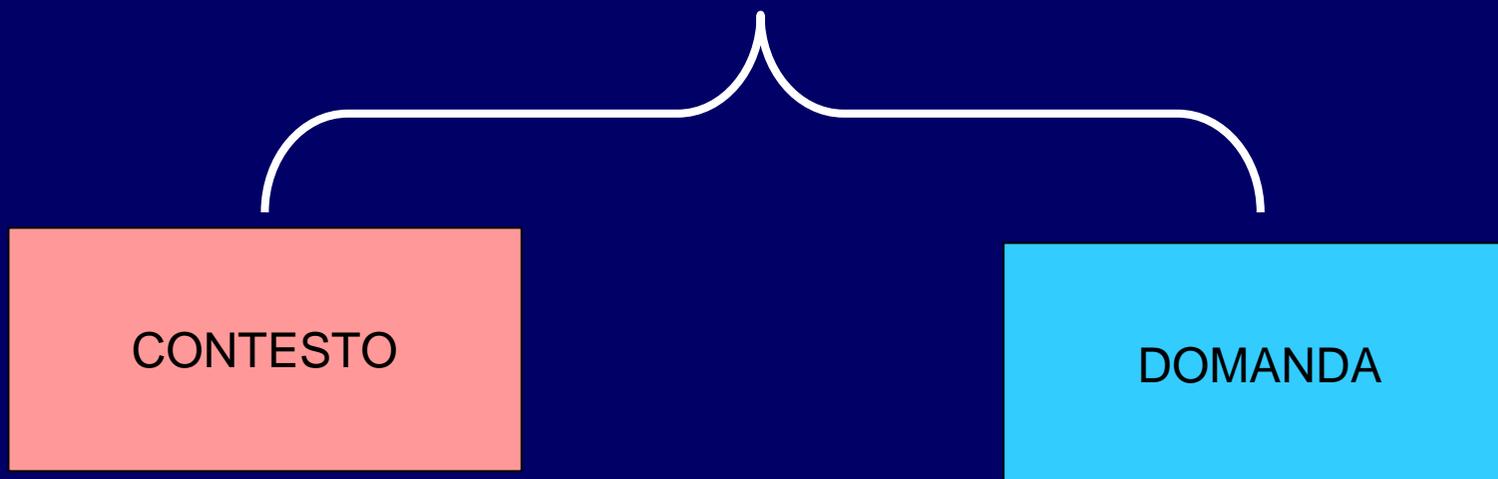
➤ La struttura matematica è contestualizzata in una situazione 'concreta', 'famigliare':  
il ***contesto***

➤ C'è una ***richiesta*** (in genere una domanda)

***struttura narrativa***



# PROBLEMA



➤ La comprensione del contesto:  
...comprensione di un *testo*



## **Attività 2.1**

# Attività 2.1 (individuale)

## Problema n.1

Per funzioni razionali di tre variabili che sono invarianti per permutazioni cicliche, indicare quattro funzioni fondamentali a coefficienti razionali.

## Problema n.2

In una radura ci sono, 4 lupi, 2 canguri, e 3 petauri dello zucchero.

Quante zampe in tutto?

## **Problema n.1**

Per funzioni razionali di tre variabili che sono invarianti per permutazioni cicliche, indicare quattro funzioni fondamentali a coefficienti razionali.

## Problema n.2

In una radura ci sono, 4 lupi, 2 canguri, e 3  
petauri dello zucchero.

Quante zampe in tutto?



**Il petairo dello zucchero**  
(*Petaurus breviceps* Linnaeus, 1758), detto anche impropriamente "scoiattolo volante", è un piccolo marsupiale della famiglia dei Petauridi.

La sua caratteristica principale è la capacità di spiccare lunghi salti planati grazie alla membrana estensibile che collega gli arti (patagio).

- La comprensione del contesto:
  - Dizionario

# Con bambini dai 3 ai 5 anni:

“Le piacerebbe lavorare in un grande ufficio postale, ma lavora in *una succursale*...

Mentre passeggiavano, essi videro una *lepre* attraversare correndo un campo...

Poi ritornarono in automobile e si diressero verso la riva del mare. Quando vi giunsero, fecero un giro lungo il *molo*...

‘Guarda questo castello’, disse il papà di Jane.  
‘*l’ala* più antica ha più di cinquecento anni.’...

Si trovarono poi imbottigliati dietro una quantità di altre automobili, che andavano tutte molto adagio.

‘Spero che usciremo presto da questo *imbroglio*’, disse il papà di Jane.”

lepre

hare

hair

capelli

molo

quay

key

chiave

ala

...

lepre

molo

«Che aspetto ha una lepre?»

*Il bambino si tocca i capelli.*

«E tu credi che potrebbe correre in un campo?»

«Sì.»

«Che tipo di roba è un molo?  
A che cosa serve un molo?»

«Per aprire le porte.»

«Credi che essi potrebbero camminare lungo un molo?»

*Il bambino annuisce.*

capelli

chiave

# OSSERVAZIONI

- I bambini non sembrano essere *consapevoli* di non conoscere il significato delle parole ascoltate,  
o dell'incompatibilità del significato attribuito a tali parole con il contesto descritto.
- Possiamo pensare che anche in contesto scolastico, di fronte ad un testo scritto come quello di un problema, il fatto che i bambini non conoscano il significato corretto delle parole utilizzate non implica necessariamente
  - che ne siano consapevoli,
  - e che interrompano il proprio processo di interpretazione in assenza di tali informazioni.

## ➤ La comprensione del contesto:

- Dizionario

### **PROVE INVALSI:**

- Alloggio
- Addetto commerciale
- Profilo altimetrico
- Gara di triathlon
- ...



possibile indagine in classe  
sul dizionario

# OCSE-PISA: Popolarità del Presidente

In Zedlandia sono stati effettuati alcuni sondaggi di opinione per determinare il livello di popolarità del Presidente in vista delle prossime elezioni.

Quattro editori di giornali hanno svolto sondaggi

indipendenti su  
sondaggi dei gi

- Giornale 1: 36,5% campione di 500 c
- Giornale 2: 41,0% campione di 500 c
- Giornale 3: 39,0% campione di 1000
- Giornale 4: 44,5% campione di 1000 (votare).

## QUESTIONARIO

Cosa vuol dire che una persona è *popolare*?

*‘Che fa parte del popolo’*

Quale giornale è più attendibile per prevedere il livello di popolarità del Presidente, se le elezioni si svolgono il 25 gennaio?

Scrivi due motivi che giustifichino la tua risposta.

## Attività 2.2 (individuale)

*Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:*

Un'azienda vinicola coltiva 500 piante di Vite Cardinal, e 50 piante di Vite Veitchii.

Una pianta di vite Cardinal produce in media ogni anno 6 litri di vino.

Quanto vino viene prodotto ogni anno nell'azienda?

Nel problema c'è un dato:

superfluo

mancante

Quale?.....

# Vite 'americana'



*Leggi attentamente il testo e risolverlo, individua i dati necessari.*

Un'azienda vinicola coltiva 50 piante di Vite Veitchii.

Una pianta di vite Cardinal produce 10 litri di vino.

Quanto vino viene prodotto ogni anno nell'azienda?

Nel problema c'è un dato:

superfluo

mancante

Quale?.....

➤ La comprensione del contesto:

- Dizionario
- Enciclopedia

## Levinson (1983)

"Giovanni voleva comprare un regalo a Carlo per il suo compleanno, perciò andò a prendere il suo maialino; lo agitò ma non udì nessun rumore; avrebbe dovuto fare un regalo a Carlo con le sue mani".

Gianni amava Maria ma lei non voleva sposarlo.  
Un giorno, un drago rapì Maria dal castello.  
Gianni balzò in groppa al suo cavallo, e uccise il  
drago. Maria acconsentì a sposarlo. Vissero  
felici e contenti da allora in poi.

- Come mai Gianni ha ucciso il drago?
- *Perché era cattivo.*
- Cos'era cattivo in lui?
- *Lo aveva ferito.*
- E come lo aveva ferito?
- *Forse gli aveva gettato del fuoco.*
- Perché Maria acconsente a sposare Gianni?
- *Perché lei lo amava molto e lui voleva molto sposarla.*
- Come mai Maria si decide a sposare Gianni quando all'inizio non voleva?
- *Questa è una domanda difficile.*
- Sì, ma quale pensi che sia la risposta?
- *Perché prima lei proprio non lo voleva e poi lui discute molto e parla tanto a lei di sposarla e allora lei diventa interessata a sposare lei, voglio dire lui*

“Evidentemente faceva parte della conoscenza del mondo di quella bambina il fatto che i draghi gettino fuoco dalle narici, ma non che si può cedere a un amore non corrisposto solo per riconoscenza, o per ammirazione.”

[Umberto Eco, 2003, p. 7]

# Importanza della conoscenza enciclopedica

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
  - superfluo
  - mancante
- Quale?.....  
.....

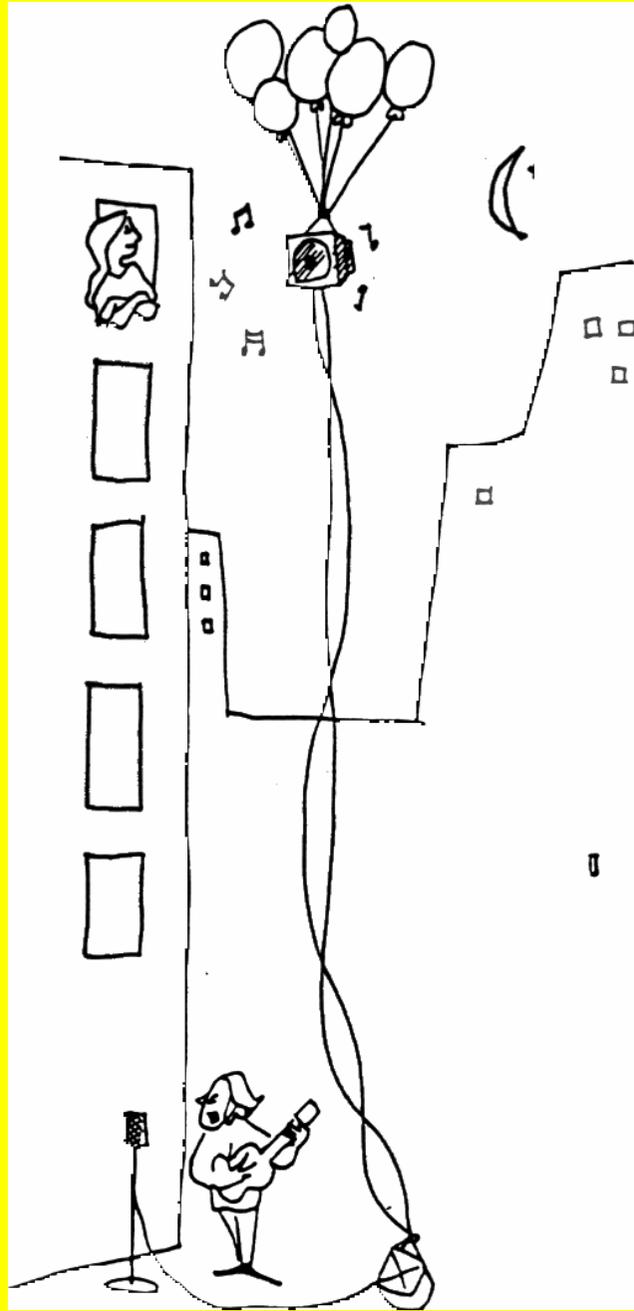
# V elementare

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
  - superfluo
  - mancante
- Quale? . **Non sappiamo quanto latte producono i cavalli ogni giorno**  
.....

# Bransford e Johnson (1973)

“Se i palloncini scoppiassero, il suono non raggiungerebbe più la sua meta, perché il tutto verrebbe a trovarsi troppo lontano dal piano giusto. Anche una finestra chiusa impedirebbe al suono di arrivare dove deve arrivare, poiché la maggior parte degli edifici tende ad essere bene isolata. Dato che l'intera operazione dipende da un flusso continuo di elettricità, se il cavo si rompesse anche questo creerebbe dei problemi. Naturalmente l'individuo potrebbe urlare, ma la voce umana non arriva così lontano.

Un ulteriore problema è che una corda dello strumento potrebbe rompersi. Se ciò succedesse non ci sarebbe più accompagnamento al messaggio. E' chiaro che la situazione migliore richiederebbe una minore distanza. Allora ci sarebbero meno problemi potenziali. Meglio di tutto sarebbe se ci fosse contatto faccia a faccia.”



*L'interpretazione  
di un testo*

# Il bosco narrativo (Umberto Eco)

Il bosco è una metafora per il testo narrativo; non solo per testi fiabeschi, ma per ogni testo narrativo. Vi sono boschi come Dublino, dove invece di Cappuccetto Rosso si può incontrare Molly Bloom, o come Casablanca, dove si incontrano Ilsa Lund o Rick Blaine.

Un bosco è (...) un giardino dai sentieri che si biforcano.

Anche quando in un bosco non ci sono sentieri tracciati, ciascuno può tracciare il proprio percorso decidendo di procedere a destra o a sinistra di un certo albero e così via, facendo una scelta a ogni albero che si incontra.

In un testo narrativo il lettore è costretto a ogni momento a compiere una scelta.

Anzi, quest'obbligo della scelta si manifesta persino a livello di qualsiasi enunciato, almeno a ogni occorrenza di un verbo transitivo.

Mentre il parlante si accinge a terminare la frase noi, sia pure inconsciamente, facciamo una scommessa, anticipiamo la sua scelta, o ci chiediamo angosciati quale scelta farà (.. ).





Umberto Eco

Un testo è una macchina  
pigra che si attende dal  
lettore molta collaborazione.

## Attività 2.3 (individuale)

### Passeggiata n.1

L'ometto giaceva per terra, il vestito spiegazzato, impolverato. Lo sguardo del signor G. era colmo di sdegno: 'Chi è stato a far questo?'. Tirò su l'ometto, non senza fatica: non era così leggero come era sembrato a vederlo abbandonato al suolo.

Si girò intorno, e individuò subito i due colpevoli: lo guardavano con strafotenza, senza un'ombra di pentimento.

Si slanciò verso di loro, ma fu fermato dalla moglie, accorsa alle sue urla: 'Non così: ti aiuto io.' Di lì a poco tornò, l'aria tranquilla ma determinata: in mano teneva un ferro.

# Attività 2.3 (individuale)

1. Scrivete una breve parafrasi del testo n.1.

# Attività 2.3 (individuale)

## Passeggiata n.2

Il signor G. da qualche giorno ha un torcicollo.

Il terzo giorno il torcicollo gli fa male e lui decide di andare dal dottore.

Il dottore dice: 'Non è niente di grave: comunque le metto un po' di crema e una fasciatura'.

Tornando a casa, il signor G. incontra un suo amico, che, vedendo la fasciatura, gli chiede: 'Cosa hai fatto alla mano?'

Il signor G. gli racconta del torcicollo.

## Attività 2.3 (individuale)

1. Avete incontrato qualche problema con la lettura del testo n. 2 ?
2. Se sì, quale/i?

# Attività 2.3 (individuale)

## Passeggiata n.3

Appena la vide capì che c'era qualcosa che non andava: stava rigida, senza il sorriso che gli piaceva tanto, quasi impettita. 'Cosa ho fatto *questa volta?*', chiese, calcando la voce in modo un po' sbarazzino un po' provocatorio, sperando di sciogliere il gelo fra loro. Ma non funzionò. Lei prese dalla borsa un foglio, e lui, riconoscendo la propria scrittura, si sentì mancare la terra sotto i piedi: perché aveva scritto quel numero?! Ora sicuramente avrebbe dovuto subire un interrogatorio: la conosceva ormai, non si fidava ancora di lui.

'Te l'ha dato Anna, vero?' chiese lei, con aria più delusa che aggressiva.

Lui cercò di difendersi: 'Posso spiegare: non è come sembra...'. .

Lei lo guardò con tristezza: 'Siete tutti uguali.'

Lui abbassò lo sguardo, sconfitto.

## **Attività 2.3 (individuale)**

2. Scrivete una breve parafrasi del testo n.3.

## **Passeggiata n.1 (continuazione)**

L'ometto giaceva per terra, il vestito spiegazzato, impolverato. Lo sguardo del signor G. era colmo di sdegno: 'Chi è stato a far questo?'. Tirò su l'ometto, non senza fatica: non era così leggero come era sembrato a vederlo abbandonato al suolo.

Si girò intorno, e individuò subito i due colpevoli: lo guardavano con strafottenza, senza un'ombra di pentimento.

Si lanciò verso di loro, ma fu fermato dalla moglie, accorsa alle sue urla: 'Non così: ti aiuto io.' Di lì a poco tornò, l'aria tranquilla ma determinata: in mano teneva un ferro.

‘Non ti preoccupare: in due minuti te lo stiro, ed è a posto come prima.

Ce la fai ad arrivare puntuale alla riunione.’



ometto appendiabiti

## Passeggiata n.2

Il signor G. da qualche giorno ha un torcicollo.

Il terzo giorno il torcicollo gli fa male e lui decide di andare dal dottore.

Il dottore dice: 'Non è niente di grave: comunque le metto un po' di crema e una fasciatura'.

Tornando a casa, il signor G. incontra un suo amico, che, vedendo la fasciatura gli chiede:

'Cosa hai fatto alla mano?'

Il signor G. gli racconta del torcicollo.



?!



Nome scientifico:

*Jynx torquilla.*

Nome comune:

*Torcicollo*

Famiglia dei Picchi.

Deve il suo nome dall'abitudine di contorcere sinuosamente il collo come un serpente, un gesto che compie specialmente quando si deve difendere da qualche possibile predatore.

Il Torcicollo, come detto, è un Picide e come tutti gli altri picchi possiede zampe con due dita avanti e due dietro (utili per arrampicarsi sui tronchi).

Il suo piumaggio, grigio e marrone-rossiccio con segni neri, lo rende altamente mimetico ed è per questo che è più facile da sentire che da vedere.

Il canto del Torcicollo è inconfondibile.

Mangia formiche e le loro uova che cattura a terra con saltelli e coda sollevata, ma si ciba anche di altri insetti che cattura su tronchi e rami.

Quella del Torcicollo è una specie migratrice, le cui aree di svernamento si trovano nelle regioni nord-tropicali di Africa ed Asia, come pure nell'Europa meridionale e in Medio Oriente

## Passeggiata n.3

Appena la vide capì che c'era qualcosa che non andava: stava rigida, senza il sorriso che gli piaceva tanto, quasi impettita. 'Cosa ho fatto *questa volta?*', chiese, calcando la voce in modo un po' sbarazzino un po' provocatorio, sperando di sciogliere il gelo fra loro. Ma non funzionò. Lei prese dalla borsa un foglio, e lui, riconoscendo la propria scrittura, si sentì mancare la terra sotto i piedi: perché aveva scritto quel numero?! Ora sicuramente avrebbe dovuto subire un interrogatorio: la conosceva ormai, non si fidava ancora di lui.

'Te l'ha dato Anna, vero?' chiese lei, con aria più delusa che aggressiva.

Lui cercò di difendersi: 'Posso spiegare: non è come sembra...'

Lei lo guardò con tristezza: 'Siete tutti uguali.'

Lui abbassò lo sguardo, sconfitto.

## **Attività 2.3 (individuale)**

2. Scrivete una breve parafrasi del testo n.3.

**Che voto avrà preso secondo voi  
il narratore?**

# Riassumendo

- Esempio dei palloncini: non vedo nessun sentiero nel bosco narrativo
- Passeggiate 1, 2 e 3: vedo solo un sentiero, che però mi porta lontano dai sentieri compatibili con il testo successivo.

Caso 1: Parola polisemica: 'ometto' → Do il significato più vicino alla mia esperienza.

Caso 2 (torcicollo): La stessa situazione ('torcicollo') ma il testo mi permette di accorgermi (quasi) subito che la mia interpretazione non funziona

Caso 3: Contesto maschio / femmina → Do l'interpretazione che più aderisce ai miei schemi della conoscenza enciclopedica

**Compito**: costruire esempi analoghi [ad esempio con una parola polisemica]

In un problema l'interpretazione  
che l'autore si aspetta...

- ... è quella (in genere l'unica!) che permette di risolvere il problema

(Da Verschaffel, 1984)

Peter ha 6 mele. Ann gliene dà altre 5.  
Quante mele ha adesso Peter?”

implicito

Ann aveva delle mele...

(Da De Corte et al., 1985)

Ann e Tom insieme hanno 8 libri. Ann ha 5 libri. Quanti libri ha Tom?

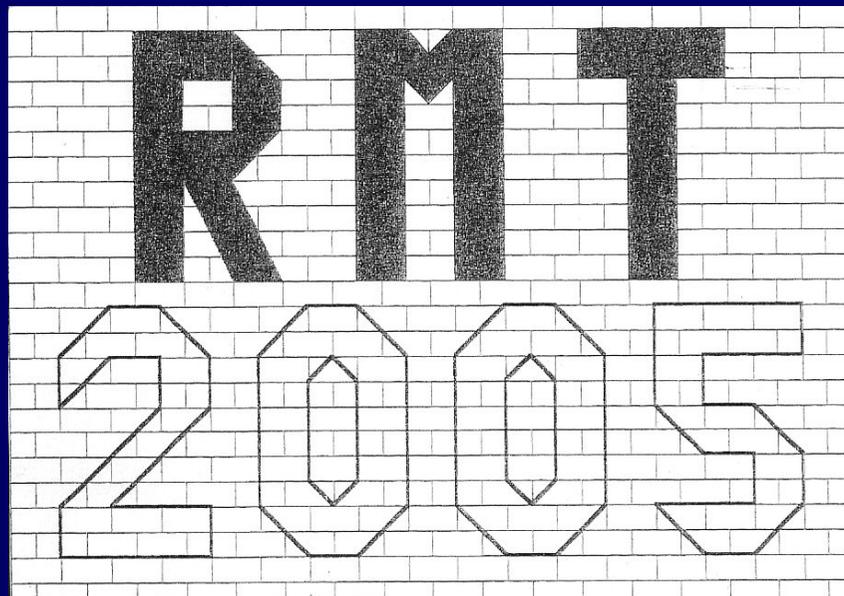
implicito **aumentano le risposte corrette!**

I 5 libri di Ann sono parte degli 8 che Ann e Tom hanno insieme

Ann e Tom insieme hanno 8 libri. 5 di questi libri sono di Ann. Quanti libri ha Tom?

Problema (RMT 2005, cat. 3,4).

Sul muro della scuola è stata pitturata la parte interna delle lettere R, M e T, preparate per la prossima finale del Rally Matematico Transalpino. Rimane da dipingere la parte interna delle quattro cifre del 2005.



Sofia dipinge il «2» e il primo «0». Mauro dipingerà l'altro «0» e il «5».

Chi userà più pittura?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

L'allievo per rappresentarsi il problema dev'essere *realistico ma non troppo*,  
e soprattutto condividere le modalità (implicite) con cui la complessità viene ridotta.



**IMPLICITO**

- la quantità di pittura dipende dalla superficie da tingere,
- anche piccole variazioni di superficie porteranno a variazioni analoghe della quantità di tinta
- assunzione non realistica
- che rimane implicita.

Sofia dipinge il «2» e il primo «0». Mauro dipingerà l'altro «0» e il «5».

Chi userà più pittura?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

Alla sera Pete ha 6 palline.

Durante il giorno ha perso 2 palline.

La mattina Pete aveva ***giocato con le palline***

# Le parole di questo incontro

Conoscenza enciclopedica

comprensione

contesto

Problemi autoposti  
/ eteroposti

Boschi narrativi

equivoco

Situazione di imbarazzo,  
forse analoga a quella che  
prova un bambino di  
fronte a un problema fatto  
male

interpretazione

rappresentazione

Aspettative  
dell'insegnante

reformulazione

Potere dell'insegnante

Interpretazioni  
dell'allievo

Giochi di parole

