

ESERCIZI DI MATEMATICA (moduli 1 e 2)

1. I seguenti insiemi sono dati per elencazione. Puoi descriverli dandone una proprietà caratteristica?

$$A = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$B = \{a, e, i, o, u\}$$

$$C = \{20, 21, 22, 23, 24\}$$

$$D = \{7, 11, 13, 17\}$$

$$E = \{10, 100, 1000, 10000\}$$

2. Sia A l'insieme dei bambini di una classe che indossano scarpe da ginnastica. B l'insieme dei bambini della stessa classe che indossano scarpe rosse.

Descrivi i seguenti insiemi:

$$A \cup B$$

$$A \cap B$$

$$CB$$

$$C(A \cup B)$$

$$C(A \cap B)$$

3. Sia A l'insieme dei numeri naturali divisibili per 3.

B l'insieme dei multipli di 5.

Descrivi i seguenti insiemi:

$$A \cup B$$

$$A \cap B$$

$$CA$$

$$CB$$

$$C(A \cup B)$$

$$C(A \cap B)$$

$$CA \cap B$$

Il numero 7 appartiene a qualcuno degli insiemi precedenti?

Se sì, a quali?

E il numero 15?

E il numero 12?

4. Sia A l'insieme dei numeri primi.

B l'insieme dei numeri naturali minori strettamente di 20.

Descrivi i seguenti insiemi:

$$A \cap B$$

$$CA$$

$$CB$$

$$CA \cup CB$$

$$C(A \cap B)$$

Osservi qualcosa?

5. Sia $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Considera nell'insieme A la seguente relazione:

$$xRy \Leftrightarrow x + y = 4$$

a) Quali sono le coppie che appartengono alla relazione?

b) La relazione gode della proprietà riflessiva?

Della proprietà simmetrica?

Della proprietà transitiva?

c) Rappresenta graficamente la relazione.

d) 'Traduci' nel linguaggio quotidiano le espressioni che seguono, e per ognuna di esse riconosci se si tratta di un'affermazione vera o falsa:

d1) $\forall x \in A \forall y \in A xRy$

Traduco:

E' vero?

d2) $\forall x \in A \exists y \in A xRy$

Traduco:

E' vero?

d3) $\exists x \in A \forall y \in A xRy$

Traduco:

E' vero?

d4) $\exists x \in A \exists y \in A xRy$

Traduco:

E' vero?

6. Nell'insieme A degli abitanti di Livorno definisci una relazione d'equivalenza.

7. Considera nell'insieme N dei numeri naturali la relazione:

$xRy \Leftrightarrow x$ è multiplo di y (cioè se $\exists c \in N$ tale che: $x = c \cdot y$)

a) La relazione gode della proprietà riflessiva?

b) Simmetrica?

c) Antisimmetrica?

d) Transitiva?

e) Cosa puoi concludere riguardo alla relazione R?

8. Considera nell'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ la relazione:

$xRy \Leftrightarrow y$ è il doppio di x

Quali sono le coppie che appartengono alla relazione?

9. Sia $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Considera la relazione rappresentata in figura:

	1	2	3	4	5	6
1	X	X				
2	X	X				
3			X	X		
4			X	X		
5					X	X
6					X	X

a) Gode della proprietà riflessiva?

Sì No

Perché?

b) Della proprietà simmetrica?

Sì No

Perché?

*c) Della proprietà transitiva?

(devi far vedere che se xRy e yRz allora xRz)

Ma in questo caso dato qualsiasi x c'è solo un $y \neq x$ tale che xRy ...

d) In effetti la relazione è d'equivalenza.

Riesci a individuare le classi d'equivalenza?

8. Considera nell'insieme N dei numeri naturali la relazione:

$xRy \Leftrightarrow x$ e y divisi per 2 danno lo stesso resto

a) E' una relazione d'equivalenza?

b) Se sì, come sono fatte le classi di equivalenza? Quante sono?

9. Considera ora nell'insieme N dei numeri naturali la relazione:

$xRy \Leftrightarrow x$ e y divisi per 7 danno lo stesso resto

a) E' una relazione d'equivalenza?

b) Se sì, come sono fatte le classi di equivalenza? Quante sono?

c) Riconosci l'insieme delle classi di equivalenza?

d) In quali classi stanno i seguenti numeri:

28

29

30

31

10. Le classi di equivalenza della relazione precedente si chiamano *classi di resto modulo 7*.

Siccome sono 7, possiamo farle corrispondere ai giorni della settimana.

Sapendo che il 1 maggio 2008 era giovedì, puoi trovare velocemente – utilizzando le classi di resto – in quale giorno cade il 15 agosto 2008?

E il 25 dicembre 2008?

11. Nel nostro modo di rappresentare i numeri, un numero è divisibile per 4 se e solo se è divisibile per 4 il numero costituito dalle sue ultime due cifre.

Ad esempio 3236 è divisibile per 4, mentre 3226 non lo è.

Sapresti spiegare questo criterio di divisibilità?

12. 3,14 è un numero razionale?

Perché?

13. Rispondi senza eseguire calcoli:

Il numero $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ è divisibile per 4?

Per 17?

Per 7?

Per 5?

14. La frazione $3/12$ si può trasformare in una frazione che ha al denominatore una potenza di 10?

Se sì, quale?

Se no, perché?

E la frazione $2/3$?

E la frazione $3/20$?

15. Quanti sono i resti possibili quando divido un numero per 16?

16. Per ognuna delle seguenti frazioni, riconosci di che tipo è il corrispondente numero decimale:

	Decimale limitato	Illimitato periodico	Illimitato non periodico	Perché?
$2/5$				
$1/4$				
$3/7$				
$4/11$				
$5/9$				

17. Cosa significa che il numero $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale? Che tipo di scrittura decimale avrà?

18. Completa la tabella, trasformando in base due i numeri scritti in base dieci, o viceversa:

Base due	Base dieci
11	
1001	
	3
	17
11000	
10001	
	19
	31
11111	

19. Esegui la moltiplicazione fra i seguenti numeri scritti in base due, e poi fai il controllo trasformandoli in base dieci:

- a) 110×11
- b) 101×101
- c) 1001×111

20. E ora esegui l'addizione fra i seguenti numeri scritti in base due, e poi fai il controllo trasformandoli in base dieci:

- a) $110 + 11$
- b) $101 + 101$
- c) $11 + 11$