

ANNO ACCADEMICO 2013–14

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

PRIMO COMPITINO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

27 gennaio 2014

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{\sin x^2}{|x| + 1}$$

è una funzione iniettiva? Motivare la risposta.

Esercizio 2. Risolvere per via grafica la disequazione

$$e^{|x|} - \frac{1}{x^2} > 0 .$$

Esercizio 3. Scrivere un vettore collineare al vettore $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ e avente la seconda componente uguale a 1. Quanti ce ne sono?

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Data la funzione

$$f(x) = \arctan(\log(x^2 - 1))$$

individuare:

- (a) dominio, intersezioni con gli assi e segno;
- (b) limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti orizzontali e verticali;
- (c) se possibile, gli intervalli di monotonia.

Abbozzarne quindi un grafico.

Esercizio 5. Trovare un esempio

- (a) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} e discontinua in $x_0 = 3$;
- (b) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} , avente minimo ma non massimo, e limitata superiormente;
- (c) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} , periodica di periodo 5, e avente come insieme immagine l'intervallo $[1, 7]$.

Esercizio 6. Sia data la retta r di equazioni

$$r : \begin{cases} x = 2t, \\ y = -1 - 3t, \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

- (a) Il punto $A = (0, -1, 0)$ appartiene alla retta? Motivare la risposta.
- (b) Scrivere l'equazione del piano α passante per il punto $B = (1, -2, 1)$ e perpendicolare alla retta r .
- (c) Trovare le coordinate del punto P intersezione del piano α con la retta r .