

ANNO ACCADEMICO 2016–17  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**  
**PRIMO COMPITINO — TESTO A**  
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

9 gennaio 2017

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

Corso di laurea \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

## PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Hai visto in due negozi un paio di scarpe che ti piacciono. Il prezzo iniziale è lo stesso nei due negozi; ma essendo periodo di saldi, il primo negozio ha abbassato di 15 euro il costo delle scarpe e poi fa un ulteriore sconto del 15% alla cassa, mentre il secondo negozio ha abbassato del 15% tutti i suoi prezzi e poi fa un ulteriore sconto di 15 euro alla cassa. In quale negozio ti conviene comprare le scarpe? Perché? La risposta dipende dal prezzo iniziale delle scarpe oppure no?

**Esercizio 2.** Determina, motivando la risposta, se la funzione  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \frac{x^3 - 3}{x^3}$$

è iniettiva.

**Esercizio 3.** Esiste un sistema lineare di due equazioni in tre incognite che non ammette soluzioni? Se pensi che la risposta sia affermativa, scrivine uno; se pensi che la risposta sia negativa, spiega perché.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Nel 2015, un campo di  $300 \text{ m}^2$  viene coltivato per il 20% a granturco, per il 45% a girasoli, e per il resto a patate. Un  $\text{m}^2$  di terreno produce in un anno 10 kg di granturco, 2 kg di semi di girasoli e 30 kg di patate.

- (a) Quanti kg di patate vengono prodotti nel 2015?
- (b) Nel 2016 il 60% del campo viene coltivato a girasoli, il 10% a patate e il resto a granturco. Di quanto è aumentata in percentuale la produzione di semi di girasoli rispetto al 2015?
- (c) Se la percentuale di campo dedicata alla coltivazione delle patate nel 2016 è nota con un errore assoluto pari a 1%, fra quali valori può variare la produzione totale di patate nel 2016?
- (d) Nel 2017 il proprietario del campo decide di acquistare un campo vicino, così da aumentare la superficie coltivabile del 40%. Quale percentuale del campo acquistato deve destinare alla coltivazione di granturco se vuole aumentare la produzione di granturco del 12% rispetto al 2016? Di conseguenza, nel 2017 quale percentuale della superficie coltivabile totale sarà coltivata a granturco?

**Esercizio 5.**

- (a) Scrivi delle equazioni parametriche per la retta  $r$  passante per i punti  $A = (1, 1, 1)$  e  $B = (2, 3, -4)$  dello spazio.
- (b) Scrivi un'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per il punto  $P = (0, 1, 0)$  e ortogonale alla retta  $r$ .
- (c) Trova le coordinate del punto  $Q$  intersezione della retta  $r$  con il piano  $\alpha$ .

**Esercizio 6.** Al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori del parametro ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x + ay - z + 4w = 2 , \\ x - 2y + z + w = a , \\ 3x + 4y + 5w = 2 + a . \end{cases}$$