

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

TERZO SCRITTO

11 luglio 2007

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustifica tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Misurando un campo rettangolare trovi i seguenti dati per la base e l'altezza: $b = (100 \pm 1)$ m e $h = (20 \pm 1)$ m. Quali sono il valore stimato e l'errore assoluto dell'area del campo?

Esercizio 1.2. Una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pari, può essere iniettiva? Se sì, fai un esempio; se no perché?

Esercizio 1.3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile con $f'(x) \geq 3$ per $x \in [1, 2]$. La funzione f può essere decrescente in $[1, 2]$? Se sì, fai un esempio; se no perché?

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Misurando le lunghezze delle code di sei ratti che hai nel tuo laboratorio, trovi i seguenti dati: 11 cm, 8 cm, 7 cm, 7 cm, 12 cm, 9 cm.

- (1) Calcola media, mediana, moda e varianza della lunghezza della coda dei ratti del tuo laboratorio.
- (2) Calcola la probabilità che un ratto del tuo laboratorio preso a caso abbia la coda lunga meno di 10 cm.
- (3) Calcola la probabilità che un ratto del tuo laboratorio preso a caso abbia la coda lunga meno di 10 cm, sapendo però che non la ha lunga 7 cm.
- (4) Più in generale, può esistere un insieme di dati (non necessariamente ottenuti misurando la lunghezza delle code dei ratti) con media 0, moda $\{1\}$ e mediana -1 ? Se sì, fai un esempio; se no perché?

Esercizio 2.2. Inietti in una popolazione di cellule di ratto una quantità fissata di una certa sostanza. Sei interessato a studiare la densità di sostanza presente nella cellula in funzione del raggio della cellula. Misuri tre cellule della tua popolazione e ottieni le seguenti coppie di dati:

$$(10 \mu\text{m}, 96 \text{ g/cm}^3) ; (15 \mu\text{m}, 28 \text{ g/cm}^3) ; (20 \mu\text{m}, 12 \text{ g/cm}^3) .$$

Supponendo che la dipendenza della densità dal raggio della cellula sia di tipo quadratico, trova la funzione quadratica che rappresenta i tuoi dati. Per quali raggi la

funzione trovata è sensata? Hai proposte alternative per una funzione che descriva il fenomeno studiato?

Esercizio 2.3. Studiando la quantità A di adrenalina rilasciata nel sangue di un ratto quando sente il miagolio di un gatto, in funzione dell'intensità I del miagolio, ottieni la seguente funzione:

$$A(I) = 0.1 \log \left(\frac{2I + 1}{I + 1} \right).$$

Studia la funzione $A(I)$ per tutti i valori di $I \in \mathbb{R}$ per cui è definita.