

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B

PROF. MARCO ABATE

SESTO SCRITTO — ANNO ACCADEMICO 2006/07

5 febbraio 2008

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.**

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense . . . Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustifica tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima parte sia il compito nel suo complesso. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** Sia  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  lo spazio degli eventi del lancio di un dado a 6 facce non truccato. Gli eventi  $E_1 = \text{“risultato pari”}$  ed  $E_2 = \text{“risultato divisibile per 3”}$  sono indipendenti o no?

**Esercizio 1.2.** Un esperimento ti ha fornito 3 dati  $x_1, x_2, x_3$ , tutti compresi fra 12 e 13. La loro deviazione standard può essere uguale a 7? Se sì fai un esempio, se no spiega perché.

**Esercizio 1.3.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_1^2 \frac{1}{r^2} dr .$$

2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** Un'azienda agricola in Zimbabwe decide di coltivare un campo di 1000 ettari a patate e grano. Per prevenire malattie e infestazioni di insetti non più del 70% del campo può essere dedicato a una sola coltura. Un ettaro di terreno produce 8.3 t di patate oppure 7.7 t di grano. Un chilogrammo di patate contiene 20 g di proteine, mentre un chilogrammo di grano contiene 32 g di proteine. Trova come suddividere la coltivazione del campo fra patate e grano in modo da ottenere la massima quantità di proteine possibile.

**Esercizio 2.2.** Dopo aver tolto dal forno una torta di mele, ne misuri la temperatura e ottieni le seguenti coppie di dati: (5, 95), (7, 84), (15, 20), dove la coppia  $(t, T)$  indica che dopo  $t$  minuti la torta ha una temperatura di  $T$  gradi centigradi. Le tue conoscenze di fisica (e di cucina) ti portano a supporre che la funzione che lega le due quantità sia quadratica.

- (i) Trova l'espressione esplicita della funzione quadratica il cui grafico passa per i dati.
- (ii) Per quale intervallo di tempi tale funzione può effettivamente rispecchiare il fenomeno preso in considerazione?

**Esercizio 2.3.** *Il tuo assistente parte per le vacanze e ti lascia in custodia una colonia di 128 scarafaggi adulti, senza ulteriori istruzioni. Non sapendo cos'altro fare, ti limiti a nutrirli, a contare quanti sono e a seppellire i morti. Le tue osservazioni suggeriscono che il numero  $N(t)$  di scarafaggi vivi al tempo  $t$  (misurato in mesi, dove  $t = 0$  corrisponde al momento in cui il tuo assistente è partito per le vacanze) è descritto dalla funzione*

$$N(t) = 256 \cdot 2^{-2^{0.58t}}.$$

*Studia la funzione  $N$ , anche per tempi negativi. Supponendo non ci siano nascite, in quanto tempo la popolazione di scarafaggi si estinguerà? Supponendo che la funzione da te trovata descriva bene l'andamento della popolazione anche per tempi negativi, e che gli scarafaggi siano nati tutti insieme nello stesso mese, da quanti scarafaggi era composta la popolazione all'inizio? E che età avevano quando il tuo assistente è partito per le vacanze? [Suggerimento: per rispondere ti può essere utile sapere che  $\log_2(255) \simeq 7.99$ , che  $\log_2(8 - \log_2(255)) \simeq -7.47$ , che  $3/0.58 \simeq 5.17$ , e che  $7.47/0.58 \simeq 12.88$ .]*