

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

PRIMO SCRITTO

1 Aprile 2008

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Ogni mese hai a disposizione 50 euro che utilizzi per comprare della cioccolata. Se il prezzo della cioccolata aumenta del 10%, di quanto devi ridurre in percentuale il tuo consumo per contenere la spesa entro i 50 euro?*

Esercizio 1.2. *Fai un esempio di funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia crescente e tale che $0 \leq f(x) \leq 1$ per ogni x .*

Esercizio 1.3. *Calcola il seguente integrale:*

$$\int_0^{2\pi} \sin(x) dx.$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Il colore dei petali di un tipo di garofano è determinato geneticamente da un gene con tre alleli: l'allele "R" rosso, l'allele "B" bianco, e l'allele "V" viola. L'allele "R" è dominante sugli altri due; invece il genotipo "BV" produce un fiore bianco con striature viola. Supponendo che la popolazione soddisfi le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sapendo che il 64% dei garofani sono rossi, il 12.25% bianchi, il 6.25% viola, e il 17.5% striati, calcola le probabilità di tutti i genotipi e dei singoli alleli.

Esercizio 2.2. Guardando le vecchie foto di famiglia ti rendi conto che la statura delle precedenti generazioni era molto più bassa. Infatti la tua bisnonna, nata nel 1900, era alta solo 150 cm, tua madre, nata nel 1960, è alta 170 cm, mentre tu, nata nel 1988, sei alta addirittura 190 cm! Supponendo che la statura sia cresciuta linearmente in funzione del tempo, calcola la retta di regressione che meglio approssima i dati (utilizza per semplicità la tabella sottostante).

L'approssimazione è buona?

Dati	x (anno)	y (altezza)	x^2	xy	y^2
	1900	150	$361 \cdot 10^4$	$285 \cdot 10^3$	$225 \cdot 10^2$
	1960	170	$384 \cdot 10^4$	$333 \cdot 10^3$	$289 \cdot 10^2$
	1988	190	$395 \cdot 10^4$	$378 \cdot 10^3$	$361 \cdot 10^2$
<i>Medie</i>	1949	170	$380 \cdot 10^4$	$332 \cdot 10^3$	$292 \cdot 10^2$

Esercizio 2.3. Dopo una lunga missione scientifica in Tibet, arrivi alla conclusione che la popolazione delle caprette tibetane è descritta dalla funzione

$$P(t) = \frac{1000 + 300t^2}{1 + t^2},$$

dove il tempo è misurato in anni e $P(t)$ rappresenta il numero di individui al tempo t . Studia la funzione $P(t)$, anche per tempi negativi.

Cosa puoi concludere sul lontano passato e sul lontano futuro delle caprette?