

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

PRIMO SCRITTO

15 giugno 2011

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

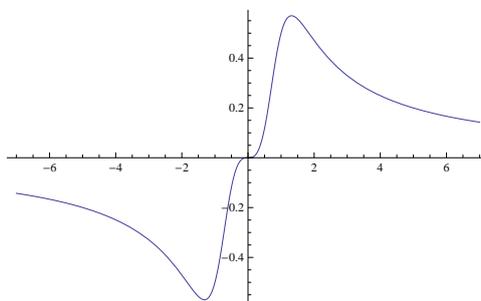
ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati i compiti sia di chi ha copiato sia di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Due candidati si presentano alle elezioni per sindaco di una grande città. Al primo turno il candidato A riceve il 40% dei voti e il candidato B il 30% voti, su un totale di 400000 voti validi. Al secondo turno, il candidato A riceve ancora il 40% dei voti validi, mentre il candidato B il 60% dei voti validi. Sapendo che il totale dei voti validi al secondo turno era 150000, il candidato B ha ricevuto più o meno voti rispetto al primo turno? Sapendo che il numero totale degli elettori aventi diritto al voto è 500000, gli elettori che hanno votato il candidato B al secondo turno quale percentuale sono del numero totale degli elettori?*

Esercizio 1.2. *Stabilisci (giustificando la risposta) quale delle funzioni seguenti può avere un grafico come quello in figura:*

- (a) $\frac{x^2}{1+x^2}$;
- (b) $\frac{x^3}{1+x^4}$;
- (c) $\frac{x^5}{1+x^4}$;
- (d) $\frac{x+x^3}{1+x^4}$.



Esercizio 1.3. *Calcola il seguente integrale definito:*

$$\int_0^{\pi} \sin\left(7x + \frac{\pi}{3}\right) dx .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Un test diagnostico per l'identificazione dell'epatite C fornisce un risultato positivo nel 75% dei casi in cui la malattia è davvero presente, e nell'1% dei casi in cui la malattia non è presente (falsi positivi).

- (i) Se l'incidenza (cioè la probabilità che un individuo preso a caso sia malato) dell'epatite C nella popolazione è 0.01, calcola la probabilità che un individuo sia effettivamente malato se il test dà un risultato positivo.
- (ii) Quale sarebbe invece l'incidenza della malattia se la probabilità che un individuo preso a caso nella popolazione risulti positivo al test fosse del 10%?

[Suggerimento: qualcuno dei seguenti conti potrebbe esserti utile: $75/99 \simeq 0.7575$, $25/58 \simeq 0.431$, $58/75 \simeq 0.7733$, $74/90 \simeq 0.8222$, $9/74 \simeq 0.1216$, $74/75 \simeq 0.9866$.]

Esercizio 2.2. Una ditta di elettrodomestici produce due modelli di forni a microonde, un modello economico e uno multiaccessoriato. Analisi di mercato prevedono una vendita di almeno 100 modelli economici e 80 modelli multiaccessoriati al giorno. D'altra parte, la fabbrica è in grado di produrre al massimo 200 modelli economici e 170 modelli multiaccessoriati al giorno; inoltre, il contratto con la catena distributiva richiede la spedizione di almeno 300 forni al giorno.

La ditta decide di fare una campagna promozionale speciale, per cui fissa i prezzi dei suoi modelli vendendo sottocosto il modello economico con una perdita di 10 euro al pezzo ma guadagnando 25 euro per ogni modello multiaccessoriato venduto. Supponendo che la ditta riesca a vendere tutto quello che produce, quanti forni di ciascun tipo deve produrre al giorno per rendere massimo il guadagno giornaliero? Quant'è il guadagno massimo?

Esercizio 2.3. Il livello dell'acqua, misurato in milioni di litri, nel corso di una giornata in un bacino creato da una diga artificiale può essere rappresentata dalla funzione

$$L(t) = a + b \frac{e^t - 1}{e^t + 1}$$

dove t rappresenta il tempo, misurato in secondi, e $a, b > 0$ sono costanti che dipendono da come vengono aperte le chiuse della diga.

- (i) Studia la funzione L , anche per tempi negativi, quando $a = 10$ e $b = 20$.
- (ii) Sempre con $a = 10$ e $b = 20$, esiste un tempo (anche negativo) in cui questo modello prevede che il bacino sia vuoto?
- (iii) Trova che condizioni devono soddisfare a e b perché il bacino, che può contenere al massimo 200 milioni di litri d'acqua, non straripi mai e non sia mai vuoto.