

MATEMATICA — CORSO B  
PROF. MARCO ABATE

TERZO SCRITTO

19 settembre 2011

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE:** il testo del compito è su due pagine.

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** *Il tuo cellulare ha il tasto corrispondente allo 0 guasto, per cui nessun numero che contiene lo 0 può essere digitato. Una tua amica ha un numero di cellulare composto da 10 cifre, di cui la prima non è uno zero. Qual è la probabilità che il numero della tua amica sia uno di quelli che ancora puoi chiamare usando il tuo cellulare?*

**Esercizio 1.2.** *Determina il valore del seguente limite:*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{3x+2}{-x+4}\right).$$

**Esercizio 1.3.** *Calcola il seguente integrale improprio:*

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(2x+1)^2} dx.$$

## 2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** Una casa automobilistica rileva che per un suo modello di macchina in produzione si possono presentare due difetti, uno nella carburazione (difetto  $C$ ) e l'altro nell'impianto elettrico (difetto  $E$ ). Il 3% delle macchine presenta il difetto  $C$ , e il 7% il difetto  $E$ . Dallo studio della procedura di produzione, si riscontra che la presenza di un difetto è indipendente dalla presenza dell'altro.

- (i) Qual è la probabilità che una macchina presenti entrambi i difetti?
- (ii) Qual è la probabilità che una macchina abbia un difetto?
- (iii) Qual è la probabilità che una macchina difettosa presenti il difetto  $C$ ?
- (iv) Qual è la probabilità che una macchina difettosa presenti uno solo dei due difetti?
- (v) Qual è la probabilità che una macchina presenti il difetto  $E$  sapendo che ha il difetto  $C$ ?
- (vi) Un'analisi più accurata rivela che il difetto  $E$  è legato alla presenza nella macchina dell'optional  $O$ . Per l'esattezza, la probabilità che una macchina accessoriata con  $O$  presenti il difetto  $E$  è del 21%, e la probabilità che una macchina con il difetto  $E$  sia fornita dell'optional  $O$  è del 30%. Quale percentuale delle macchine prodotte dalla casa automobilistica sono fornite dell'optional  $O$ ?

**Esercizio 2.2.** Misuri il diametro del tronco di un albero di baobab in funzione del tempo. Quando hai iniziato l'esperimento ( $t = 0$ ), il diametro del tronco era di 5.00 m. Dopo un anno ( $t = 1$ ) il diametro del tronco era di 5.20 m. Dopo due anni ( $t = 2$ ), di 5.50 m. Supponendo che il diametro dipenda in modo quadratico dal tempo, trova la funzione che esprime la crescita del tronco. La funzione che hai trovato può rappresentare il diametro del tronco anche per tempi precedenti all'inizio della tua misurazione? A partire da quando? Perché?

**Esercizio 2.3.** Studiando la crescita di una popolazione di trote in un allevamento, giungi alla conclusione che il numero  $N$  di individui varia nel tempo (misurato in mesi) secondo la funzione

$$N(t) = 180 + 90 \frac{2^t - 1}{2^t + 1}.$$

Studia la funzione  $N$  (anche per tempi negativi). Tenendo presente che l'allevamento è sovraffollato quando contiene 250 trote, c'è il rischio che l'allevamento divenga sovraffollato? Se sì, dopo quanto tempo?