

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**

**SECONDO SCRITTO — TESTO B**

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

**9 giugno 2016**

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola la derivata della funzione:

$$f(t) = \arctan \frac{t+1}{t-1} .$$

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 \log \frac{1}{x+1} dx .$$

**Esercizio 3.** Scrivi un vettore di lunghezza 1 ortogonale al piano di equazione  $3x - y + 7 = 0$ .

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio

- (i) di una funzione  $f$  pari e definita e continua su tutto  $\mathbb{R}$ , sempre positiva, che abbia come insieme immagine l'intervallo  $(2, 3]$ ;
- (ii) di una funzione  $g$  dispari definita e continua su tutto  $\mathbb{R}$ , sempre crescente e tale che la retta tangente al suo grafico in  $x = 0$  abbia equazione  $y = 9x$ ;
- (iii) di una funzione  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , periodica di periodo 4 che abbia come insieme immagine l'intervallo  $[-2, 4]$ .

4 Nome e cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.** Studia, al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$ , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 3hx + 3y + (h + 2)z = -1 , \\ x + 2y + 2z = h + 1 , \\ x + hy + hz = 1 . \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Studiando la crescita della popolazione di rane in uno stagno, giungi alla conclusione che il numero  $N$  di individui varia nel tempo secondo la funzione

$$N(t) = 100 + 50 \frac{e^t - 1}{e^t + 1}.$$

Studia la funzione  $N$  (anche per tempi negativi).