Matematica I
quinta prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

23 settembre 2013

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione:
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}=0$$
2. Trovare i punti critici della funzione
$$f(x,y)=x^3y-xy^2+y$$
e determinarne la natura.
3. Dato il sistema lineare
$$\begin{cases} -x_1+x_2+2x_3=0 \\ x_2-3x_3=1 \\ x_1+2x_2-x_3=-1 \end{cases}$$
scrivere la matrice dei coefficienti A e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di A e di A^3. Dire se A è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di A. Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.
4. Disegnare, nel piano di Argand-Gauss
   (a) i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{C}$:
   $$A=\{z\in\mathbb{C}\ :\ |\mathrm{Re}z|<4,\ |z|\geq 1\},\quad B=\{z\in\mathbb{C}\ :\ |z+3i|<2\};$$
   (b) le soluzioni dell'equazione $(z^4-5)(z^2-i)=0$;
   (c) il numero complesso $w=\dfrac{(\frac{\sqrt{3}-i}{2})^{364}\cdot \mathrm{i}^5\cdot\sqrt{2}}{(-1+\mathrm{i})^9}$.